الفصل السادس

الارتبــاط

(دراسة العلاقة بين متغيرين)

مقدمة :

تناولنا في الفصول السابقة دراسة متغير واحد أو ظاهرة واحدة من حيث قياس وحساب متوسط هذه الظاهرة وكذلك حساب مقياس لتشتتها. ولكن في الحياة العملية كثيراً ما يحتاج الباحث لدراسة العلاقة بين ظاهرتين (أو متغيرين) لمعرفة مدى الارتباط بينهما ونوع هذا الارتباط. فقد يريد الباحث معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين التدخين والإصابة بمرض في الرئة، أو بين درجة تعليم الشخص ومستوى دخله. أو بين الحالة التعليمية والحالة الاجتماعية للناخب. وكما نرى فإنه يمكن أن نذكر الكثير بين الأمثلة في مختلف المجالات بل قد يرغب الباحث في دراسة العلاقة بين أكثر من متغيرين في وقت واحد. فمثلاً قد يريد الباحث معرفة تأثير درجة التعليم ومستوى الدخل وحجم الأسرة على درجة الوعي السياسي للشخص. في هذا المثال يريد الباحث معرفة تأثير ثلاثة متغيرات على متغير رابع. وفي هذا الكتاب سوف نركز على دراسة العلاقة بين **متغيرين اثنين فقط** وهو ما يعرف **بالارتباط " البسيط "** Simple Correlation. بينما الحالات التي تتناول الدراسة فيها **أكثر من متغيرين** تعرف **بالارتباط المتعدد** Multiple Correlation .

أنواع العلاقة بين المتغيرين :

إذا كان المتغيران يتغيران معاً في الاتجاه نفسه بمعنى أنه إذا زاد أو نقص أحدهما، زاد أو نقص الأخر، فإن العلاقة بينهما تكون طردية والارتباط بينهما يكون موجباً. مثال ذلك العلاقة بين زيادة حجم الطبقة الوسطى في المجتمع وزيادة الاستقرار السياسي.

وإذا كان المتغيران يتغيران معاً ولكن في عكس الاتجاه بمعنى أنه إذا زاد أحدهما نقص الأخر، أو إذا نقص أحدهما زاد الأخر، فإن العلاقة بينهما تكون عكسية والارتباط بينهما يكون سالباً. مثال العلاقة بين تدني مستوى الفرد التعليمي ودرجة الوعي الاجتماعي.

وتختلف العلاقات بين الظواهر من حيث القوة. فقد تكون العلاقة قوية جداً (أو حتى تامة)، وقد تكون متوسطة، أو ضعيفة، أو منعدمة تماماً. وفي هذا الفصل سوف نتناول بالتفصيل كيفية حساب الارتباط بين متغيرين سواء كان المتغيران كميين أو وصفيين (ترتيبيين أو اسميين)، أو أحدهما كمياً والأخر وصفياً.

شكل الانتشار Scatter Diagram :

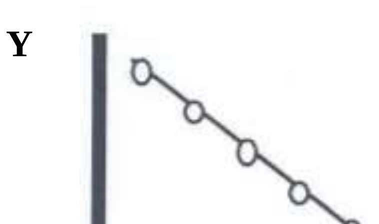
هناك وسيلة مبدئية يعرف الباحث من خلالها نوع الارتباط بين المتغيرين وما إذا كان الارتباط قوياً وضعيفاً أو منعدماً، وما إذا كانت العلاقة خطية أو غير خطية، موجبة أو سالبة. هذه الوسيلة هي " شكل الانتشار " والتي تصلح إذا كان المتغيران كميين. وجدير بالذكر أن هذه وسيلة مبدئية تساعد فقط في معرفة نوع الارتباط ولا تعتبر بديلاً عن الطرق الإحصائية التي سوف نتناولها بالتفصيل في هذا الفصل.

والمقصود بشكل الانتشار هو تمثيل قيم الظاهرتين بيانياً على المحورين، المتغير الأول X على المحور الأفقي، والمتغير الثاني Y على المحور الرأسي، حيث يتم تمثيل كل زوج Pair من القيم بنقطة، فنحصل على شكل يمثل كيفية انتشار القيم على المستوى، وهو الذي يسمى شكل الانتشار. وطريقة انتشار القيم تدل على وجود أو عدم وجود علاقة بين المتغيرين ومدى قوتها ونوعها. فإذا كانت تتوزع بشكل منتظم دل ذلك على وجود علاقة (يمكن استنتاجها)، أما إذا كانت النقط مبعثرة ولا تنتشر حسب نظام معين دل ذلك على عدم وجود علاقة بين المتغيرين أو أن العلاقة بينهما ضعيفة. والأشكال التالية تظهر بعض أشكال الانتشار المعروفة :

<u>الشكل الأول :</u>

إذا وقعت جميع النقاط على خط مستقيم، دل ذلك على أن العلاقة بينهما خطية وأنها ثابتة أو تامة. وهذه تمثل أقوى أنواع الارتباط بين المتغيرين " ارتباط تام ". فإذا كانت العلاقة طردية فإن " الارتباط طردي تام " كما في الشكل الأول (أ). ومثاله العلاقة بين الكمية المشتراة من سلعة والمبلغ المدفوع لشراء هذه الكمية.

أما إذا كانت العلاقة عكسية (وجميع النقاط تقع على خط مستقيم واحد) فإن " الارتباط عكسي تام " كما في الشكل الأول (ب). ومثال على ذلك العلاقة بين السرعة والزمن.



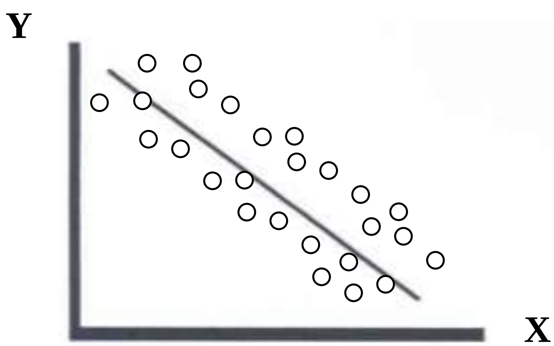
X X

الشكل الأول (ب)
ارتباط عكسي تام
(سالب)

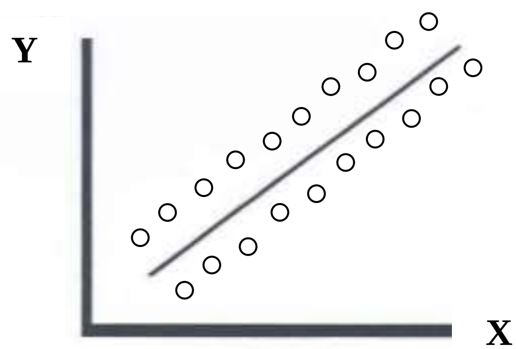
الشكل الأول (أ)
ارتباط طردي تام
(موجب)

<u>الشكل الثاني :</u>

أما إذا كانت النقاط تأخذ شكل خط مستقيم ولكن لا تقع جميعها على الخط قيل أن العلاقة خطية (موجبة أو سالبة) كما في الشكل الثاني أ، ب.



الشكل الثاني (ب)
ارتباط سالب قوي

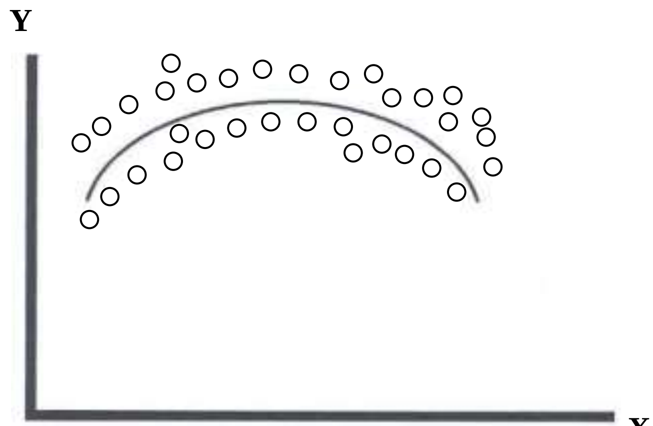


الشكل الثاني (أ)
ارتباط موجب قوي

<u>الشكل الثالث :</u>

(ارتباط خطي عكسي) (ارتباط خطي طردي)

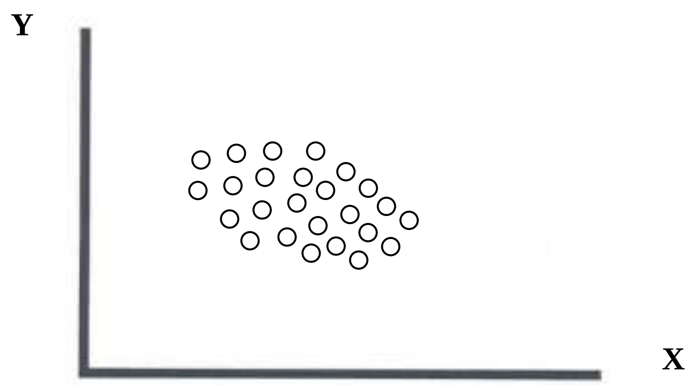
وإذا كانت العلاقة تأخذ شكل منحنى فإن الارتباط لا يكون خطياً "ارتباط غير خطي" Non Linear Correlation كما في الشكل الثالث :



الشكل الثالث
(ارتباط غير خطي)

<u>الشكل الرابع :</u>

أما إذا كانت النقاط تتبعثر بدون نظام معين فإن ذلك يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين (أو أن العلاقة بينهما ضعيفة جداً) كالعلاقة مثلاً بين دخل الشخص وطوله كما في الشكل الرابع :



معامل الارتباط Correlation Coefficient :

يقاس الارتباط بين متغرين بمقياس إحصائي يسمى " معامل الارتباط " ويعكس هذا المقياس درجة أو قوة العلاقة بين المتغيرين واتجاه هذه العلاقة. وتنحصر قيمة معامل الارتباط بين + 1، - 1. فإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي + 1 فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين طردي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط الطردي بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي – 1 فمعنى ذلك أن الارتباط بين المتغيرين

عكسي تام، وهو أقوى أنواع الارتباط العكسي بين متغيرين. وإذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي صفر، فمعنى ذلك أنه لا يوجد ارتباط بين المتغيرين. وكلما اقتربت قيمة معامل الارتباط من + 1 أو – 1 كلما كان الارتباط قوياً، وكلما اقترب من الصفر كلما كان الارتباط ضعيفاً.

<u>والخلاصة :</u>

أنه كلما كانت العلاقة قوية بين المتغيرين كلما اقترب معامل الارتباط من + 1 أو – 1 فإذا وصلت قيمة المعامل إلى + 1 أو – 1 كان الارتباط تاماً بين المتغيرين. وأنه كلما كانت العلاقة ضعيفة بين المتغيرين كلما اقترب معامل الارتباط من الصفر، فإذا وصلت قيمة المعامل إلى الصفر كان الارتباط منعدماً بين المتغيرين. ومعنى ذلك أيضاً أنه لا يوجد ارتباط بين متغيرين تكون قيمة المعامل فيه أكبر من + 1 ولا أصغر من – 1. وسنبدأ بقياس العلاقة بين متغيرين كميين، ثم متغيرين ترتيبين، وأخيراً متغيرين أسميين.

معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط :

يفترض بيرسون Pearson أن المتغيرين كميان، وأن العلاقة بينهما خطية (أي تأخذ شكل خط مستقيم، أنظر الشكل الثاني من أشكال الانتشار).

ويرى بيرسون أن أفضل مقياس للارتباط بين متغيرين قد يختلفان في وحدات القياس و / أو في مستواهما العام (مثل الارتباط بين العمر والدخل) حيث يقاس العمر بالسنوات ويقاس الدخل بالعملة، بالدينار أو الدولار.. كما أن المستوى العام للعمر – أي متوسط العمر – قد يساوي **<u>أربعين</u>** عاماً. فبينما المستوى العام – أي متوسط – الدخل الشهري قد يكون **<u>خمسة آلاف</u>** دولار مثلاً).

وبالتالي فإن أفضل مقياس للارتباط بين مثل هذين المتغيرين – حسب رأي بيرسون – هو عن طريق حساب انحرافات كل من المتغيرين عن وسطه الحسابي وقسمة هذه الانحرافات على الانحراف المعياري لكل منهما، فنحصل على ما يسمى بالوحدات المعيارية لكل متغير. ويكون معامل ارتباط بيرسون هو " متوسط حاصل ضرب هذه الوحدات المعيارية ". ومعامل الارتباط يكون بدون تمييز.

وبالرموز، إذا فرضنا أن المتغيرين هما Y , X وأن لدينا عدد n من أزواج القيم هي :

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_n, y_n)$$

وأن الوسط الحسابي للمتغير X هو $\overline{X}$ وللمتغير Y هو $\overline{Y}$ وأن الانحراف المعياري للمتغير X هو S_x وللمتغير Y هو S_y فإن معامل بيرسون للارتباط الخطي والذي يرمز له بالرمز r هو :

الصيغة التعريفية لمعامل الارتباط

$$\boxed{r = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x - \bar{x}}{S_x}\right)\left(\frac{y - \bar{y}}{S_y}\right)}$$

ونلاحظ من تعريف معامل بيرسون للارتباط الخطي البسيط أنه يجب أولاً حساب كل من $\overline{X}, \overline{Y}, S_x, S_y$، ثم حساب $\frac{x - \bar{x}}{S_x}$ لكل قيمة من قيم X، وحساب $\frac{y - \bar{y}}{S_y}$ لكل قيمة من قيم y ثم ضرب $\frac{x - \bar{x}}{S_x}$ في $\frac{y - \bar{y}}{S_y}$ لكل زوج من القيم وأخذ مجموع حاصل الضرب ثم القسمة على n. إن هذه العملية كما نرى تستغرق وقتاً طويلاً ونحتاج عمليات حسابية معقدة، لذلك فإنه عادة لا تستخدم الصيغة السابقة في حساب معامل الارتباط وتستخدم بدلاً منه **<u>الصيغة المختصرة التالية</u>** والتي تعطي بطبيعة الحال النتائج نفسها : -

(2) الصيغة المختصرة لمعامل الارتباط

$$\boxed{r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}}}$$

او الصيغة

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right)\left(\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right)}}$$

وكل ما نحتاجه لحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون بالصيغة المختصرة رقم (2) هو حساب : $\sum xy, \sum x^2, \sum y^2$ أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $\sum X$ ، $\sum Y$ ، n (حيث n هي عدد أزواج القيم).

<u>مثال (1) :</u>

البيانات التالية تمثل أعمار ثمانية من الناخبين ودخولهم اليومية بالدولار، والمطلوب حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي بين الأعمار والدخول.

الأعمار x : 25   32   29   43   38   51   47   35

الدخول y : 10   18   15   35   40   62   100   50

<u>الحل :</u>

لحساب معامل بيرسون للارتباط الخطي يلزم حساب المجاميع:

$\sum x , \sum y , \sum x\,y , \sum x^2 , \sum y^2$ لذلك يتم تنظيم حساب هذه المجاميع كما في الجدول التالي:

الأعمار x	الدخول y	xy	x^2	y^2
25	10	250	625	100
32	18	576	1024	324
29	15	435	841	225
43	35	1505	1849	1225
38	40	1520	1444	1600
51	62	3162	2601	3844
47	100	4700	2209	10000
35	50	1750	1225	2500
300	330	13898	11818	19818

ثم نطبق في الصيغة المختصرة رقم (2) لمعامل الارتباط حيث $n = 8$:

$$
\begin{aligned}
r &= \frac{n(\sum xy)-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2-(\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}} \\
&= \frac{8(13898)-(300)(330)}{\sqrt{8(11818)-(300)^2}\ \sqrt{8(19818)-(330)^2}} \\
&= \frac{111184-99000}{\sqrt{94544-9000}\ \sqrt{158544-108900}} \\
&= \frac{12184}{\sqrt{4544}\ \sqrt{49644}} \\
&= \frac{12184}{15019.6} \\
r &= 0.81
\end{aligned}
$$

أي أن معامل بيرسون للارتباط الخطي بين أعمار الناخبين ودخولهم اليومية يساوي 0.81 وهو ارتباط طردي (لأن إشارته موجبة) وقوى (لأنه قريب من الواحد الصحيح). بمعنى أخر، إن هناك علاقة طردية قوية بين عمر الناخب ودخله مقدارها 81 %. فمع زيادة عمر الناخب يزيد دخله، والعكس صحيح.

ملاحظة مهمة :

من خواص معامل بيرسون للارتباط الخطي أنه لا يتأثر بالعمليات الحسابية التي تجري على المتغيرين x , y. بمعنى أنه لا يتأثر بالطرح (أو الجمع)، ولا بالقسمة (أو الضرب). أي إذا طرحنا (أو جمعنا) قيمة معينة من كل قيم x وقيمة أخرى من كل قيم y، أو قسمنا (أو ضربنا) قيم x على قيمة معينة وكل قيم y على قيمة أخرى فإن قيمة معامل الارتباط لا تتغير أي نحصل على القيمة نفسها.

معامل ارتباط الرتب Rank Correlation :

قد يرغب الباحث في حساب معامل الارتباط بين رتب المتغيرين وليس بين القيم ذاتها، فقد يكون المتغيران **وصفيين ترتيبين** Ordinal **أو أن يكون أحد المتغيرين كمياً بينما الأخر وصفياً ترتيبياً**، أو أن يكون **المتغيران كميين**، ويكون اهتمام الباحث منصباً على الرتب أكثر من القيم.

فإذا كانت رتب المتغيرين تسير في الاتجاه نفسه : بمعنى أن الرتب الأعلى للمتغير الأول تناظرها رتب أعلى للمتغير الثاني كانت العلاقة طردية بينهما. وإذا كانت الرتب الأعلى للمتغير الأول تناظرها رتب أدنى للمتغير الثاني كانت العلاقة بينهما عكسية. ففي مثالنا السابق عن العلاقة بين دخل الناخب وعمره، كان الناخب الأكبر عمراً (بصفة عامة) هو الأعلى دخلاً، فمن الواضح أن العلاقة بينهما طردية، أما إذا كان الناخب الأكبر عمراً (بصفة عامة) هو الأقل مشاركة في العمل السياسي فإننا في هذه الحالة نكون أمام علاقة عكسية.

ولحساب معامل ارتباط الرتب هناك طرق مختلفة أهمها معاملي سبيرمان وكيندال.

معامل سبيرمان لارتباط الرتب :

Spearman rank Correlation Coefficient

لحساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب يقوم بترتيب كل من المتغيرين ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً (أما تصاعدياً لكلا المتغيرين أو تنازلياً لكليهما). وفي حالة الترتيب التصاعدي تأخذ أقل قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأعلى منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). أما في حالة الترتيب التنازلي تأخذ أكبر قيمة من قيم المتغير الرتبة رقم 1، والقيمة الأقل منها مباشرة الرتبة رقم 2 وهكذا (بالنسبة لكل من المتغيرين). وعند تساوي قيمتين (أو أكثر) من قيم المتغير نعطي كل قيمة رتبة مختلفة (كما لو كانت القيم غير متساوية) ثم نحسب متوسط هذه الرتب، ويعطى هذا المتوسط لكل من هذه القيم المتساوية.

وبعد ترتيب المتغيرين نحسب الفروق بين رتب كل من المتغيرين (ونرمز للفروق بالرمز d) ثم نقوم بتربيع هذه الفروق ونحصل على مجموعها أي نحصل على $\sum d^2$ ثم نعوض في معامل سبيرمان لارتباط الرتب والذي يأخذ الشكل التالي :

$$\boxed{r_s = 1 - \frac{6\left(\sum d^2\right)}{n\left(n^2 - 1\right)}}$$

حيث : $\sum d^2$ هو مجموع مربعات الفروق بين رتب المتغيرين، n هي عدد أزواج القيم.

مما سبق نستطيع إجمال بعضاً من الملاحظات فيما يلي :

1 – مجموع الفروق بين الرتب يساوي صفر.

2 – أن قيمة معامل ارتباط الرتب تنحصر بين – 1، + 1 فإذا كانت الرتبة رقم 1 للمتغير الأول تناظرها الرتبة 1 للمتغير الثاني، والرتبة 2 للمتغير الأول تناظرها الرتبة رقم 2 للمتغير الثاني، وهكذا.. فإن معامل ارتباط الرتب يساوي + 1 (ارتباط طردي تام بين الرتب). وإذا

كانت الرتبة رقم 1 (أقل رتبة) للمتغير الأول تناظرها أعلى رتبة للمتغير الثاني وهكذا.. فإن معامل ارتباط الرتب يساوي – 1 (ارتباط عكسي تام بين الرتب).

3 – كذلك نلاحظ أن مجموع الرتب لكل من المتغيرين تساوي $\frac{n(n+1)}{2}$.

<u>مثال (2):</u>

البيانات التالية تمثل إجابات عينة من سبعة أشخاص حول برامج الضمان الاجتماعي، ومدى ملاءمتها لحاجات الناس.

السؤال الأول	جيد	مقبول	ممتاز	جيد	جيد جداً	مقبول	جيد
السؤال الثاني	جيد جداً	مقبول	جيد جداً	جيد	جيد	جيد	ممتاز

والمطلوب حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب بين هذين السؤالين ؟

<u>الحل :</u>

تنظم الحل في الجدول التالي مع ملاحظة ما يلي :

1 – بالنسبة للسؤال الأول، فإن التقدير الأعلى سيحصل على الرتبة رقم 1 والأقل منه مباشرة سيحصل على الرتبة رقم 2 وهكذا.. أي أن الترتيب تنازلي. ونكرر العمل نفسه مع السؤال الثاني.

2 – عند حصول إجابتين أو أكثر على التقدير نفسه نعطي لكل إجابة مبدئياً رتبة **<u>كما لو كانوا مختلفين</u>** ثم نحسب متوسط هذه الرتب، وهذا المتوسط هو الذي يعطى لكل إجابة.

3 – ثم نحسب الفروق بين رتب السؤالين ونرمز لها بالرمز d ثم نربع هذه الفروق فنحصل على d^2 ونعوض في القانون عن $\sum d^2$ مع ملاحظة أن $n = 7$.

السؤال الأول X	**السؤال الثاني Y**	**رتب X**	**رتب Y**	**d الفرق بين الرتب**	**d^2 مربعات الفرق**
جيد	جيد جداً	4	2.5	1.5	2.25
مقبول	مقبول	6.5	7	- 0.05	0.25
ممتاز	جيد جداً	1	2.5	- 1.5	2.25
جيد	جيد	4	5	- 1	1

جيد جداً	جيد	2	5	- 3	9
مقبول	جيد	6.5	5	1.5	2.25
جيد	ممتاز	4	1	3	9
المجموع				**Zero**	**26**

$$r_s = 1 - \frac{6(Sd^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(26)}{7(49-1)}$$

$$= 1 - \frac{156}{336} = 1 - 0.46$$

$$r_s = 0.54$$

وهذا يعني أن الارتباط بين إجابات المبحوثين بالنسبة للسؤالين هو ارتباط طردي متوسط. وبالتالي فليس بالضرورة أن يكون رأي المجيبين في برامج الضمان الاجتماعي تعني ملاءمتها لحاجات الناس.

مثال (3)

البيانات التالية تمثل أعداد الساعات التي يدرس خلالها عشرة طلاب والدرجات التي حصلوا عليها في امتحان أحد المقررات :

عدد الساعات X	10	6	12	14	11	6	19	16	3	9
الدرجات y	60	48	83	76	74	58	98	89	37	69

أحسب معامل سبيرمان لارتباط الرتب.

الحل :

كما في المثال السابق ننظم الحل في الجدول التالي مع ملاحظة أن n = 10

عدد الساعات X	الدرجات Y	رتب X	رتب Y	الفروق d	d^2
10	60	6	7	- 1	1
6	48	8.5	9	- 0.5	0.05
12	83	4	3	1	1
14	76	3	4	- 1	1

11	74	5	5	0	0
6	58	8.5	8	0.5	0.25
19	98	1	1	0	0
16	89	2	2	0	0
3	37	10	10	0	0
9	69	7	6	1	1
المجموع				**Zero**	**4.50**

وبالتعويض في القانون حيث $\sum d^2 = 4.5$ ، $n = 10$ نحصل على :

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(4.5)}{10(1-99)} = 1 - \frac{27}{990} = 1 - 0.027$$

$$r_s = 0.973$$

مما يعني أننا أمام علاقة طردية قوية بين المتغيرين. فكلما زادت عدد الساعات التي يدرسها الطالب في هذا المثال، كلما زادت درجاته في الامتحانات قوة وذلك بما نسبته 97 %.

امثلة تطبيقية على الارتباط

مثال(4) :اوجد معامل الارتباط بين اطوال و أوزان مجموعة من طلبة احدى الجامعات من البيانات التالية:-

الطول	164	152	184	164	176	156	168	164
الوزن	52	40	60	52	60	42	50	52

الحل:-

X الطول	y الوزن	XY	X^2	Y^2
164	52	8528	26896	2704
152	40	6080	23104	1600
184	60	11040	33856	3600
164	52	8528	26896	2704
176	60	10560	30976	3600
156	42	6552	24336	1764
168	50	8400	28224	2500
164	52	8528	26896	2704

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left(\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right)\left(\sum y^2 - \frac{\left(\sum y\right)^2}{n}\right)}}$$

$$r = \frac{68216 - \frac{(1328)(408)}{8}}{\sqrt{\left(221184 - \frac{(1328)^2}{8}\right)\left(21176 - \frac{(408)^2}{8}\right)}}$$

$$r = \frac{488}{\sqrt{(736)(368)}}$$

$$r = \frac{488}{520.43}$$

$$r = 0.937$$

النتيجة ان معامل الارتباط 0.937 يدل على وجود علاقة قوية جدا وطردية بين الطول والوزن لان الاشارة موجب

مثال : (5) الجدول التالي يعرض الدخل الشهري والاستهلاك بعشرات الدنانير لمجموعة من الافراد

الدخل X	الاستهلاك Y
465	367
682	495
396	373
837	612
784	687
922	764
850	621
482	370

المطلوب :اوجد بطريقة الرتب معامل الارتباط بين الدخل والاستهلاك؟

الحل :نتبع الخطوات التالية

1- نرتب البيانات تصاعديا او تنازليا

2- نرصد رتب (x) ونرصد رتب(y) مثلا نعطي اصغر قيمة رقم 1 والقيمة التي تليها 2 لكل من x و y

3- نحصل على الفرق d بين رتب x ورتب y

4- نربع الفرق d^2

5- نطبق القانون

ملاحظة :اذا تكررت القيم ناخذ الوسط الحسابي للرتب

الدخل X	الاستهلاك Y	رتب الدخل X	رتب الاستهلاك Y	d=x-y	d^2
465	367	2	1	1	1
682	495	4	4	0	0
396	373	1	3	-2	4
837	612	6	5	1	1
784	687	5	7	-2	4
922	764	8	8	0	0
850	621	7	6	1	1
482	370	3	2	1	-1
					$\sum d^2=12$

$\sum d^2=12$

n=8

$n^2 = 64$

$$r_s=1-\frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s=1-\frac{6(12)}{8(64-1)}$$

$$r_s=1-\frac{72}{504}$$

$r_s=1-0.14$ $\qquad$ $r_s=0.86$

وهذا يدل على ان وجود ارتباط طردي قوي جدا بين الدخل والاستهلاك .

مثال(6) :الجدول التالي يعرض تقديرات عشرة من الطلاب في ماديتي الاحصاء و الاقتصاد

الاقتصاد Y	الاحصاء X
A+	A

D	**C+**
C	**D**
C	**D+**
A	**B+**
B	**C+**
B+	**A+**
B	**B**
C	**B+**
B	**B+**

المطلوب :اوجد معامل ارتباط الرتب بين اداء الطلاب في مادة الاحصاء والاقتصاد

الحل : نرتب التقديرات تصاعديا او تنازليا للمادتين كالتالي

الاقتصاد Y	رتب Y	الاحصاء X	رتب X
A+	**1**	**A+**	**1**
A	**2**	**A**	**2**
B+	**3**	**B+**	(3+4+5)/3=4
B	**(4+5+6)/3** = 5	**B+**	
B		**B+**	
B		**B**	**6**
C	(7+8+9)/3 = 8	**C+**	**(7+8)/2 = 7.5**
C		**C+**	
C		**D+**	**9**
D	**10**	**D**	**10**

الاقتصاد Y	الاحصاء X	رتب Y	رتب X	d=x-y	d^2
A+	**A**	1	2	1	1
D	**C+**	10	7.5	-2.5	6.25
C	**D**	8	10	-2	4

C	**D+**	8	9	1	1
A	**B+**	2	4	-2	4
B	**C+**	5	7.5	-2.5	6.25
B+	**A+**	3	1	2	4
B	**B**	5	6	-1	1
C	**B+**	8	4	4	16
B	**B+**	5	4	1	1
					$\sum \boldsymbol{d^2}$=**44.5**

$\sum \boldsymbol{d^2}$=**44.5**

n=10

$\boldsymbol{n^2} = 100$

$r_s = 1 - \frac{6\sum \boldsymbol{d^2}}{n(\boldsymbol{n^2}-1)}$

$r_s = 1 - \frac{6(\mathbf{44.5})}{10(\mathbf{100}-1)}$

$r_s = 1 - \frac{267}{990}$

$r_s = 1 - 0.26$

$r_s = 0.73$

هناك ارتباط طردي قوي بين اداء الطالب في مادة الاقتصاد ومادة الاحصاء