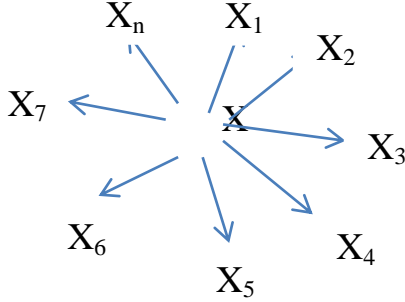


الفصل الخامس

مقاييس التشتت Measures of Variation

التشتت : هو مقدار التباعد او التقارب بين القيم والنقطة المركزية .اي هو عكس مقاييس النزعة المركزية .
لو كان لدينا X يمثل الوسط الحسابي والقيم الاخرة والمتمثلة ب (X_1, X_2, \dots, X_n) تمثل التشتت حول
القيمة المركزية :



- و من اهم مقاييس التشتت :

- 1- التباين (S^2) Variance
- 2- الانحراف المعياري (S) Standard Deviation
- 3- المدى (R) Range
- 4- الانحراف المتوسط $(M.D)$ The Mean Deviation

1- التباين (S^2) Variance

a- التباين في حالة البيانات غير الميوبة :

يعرف التباين على انه مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة اي ان :

$$S^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}$$

حيث ان :

S^2 : التباين

خطوات حساب التباين

1- حساب الوسط الحسابي

- 2- حساب انحراف القيم عن وسطها الحسابي
 3- نجد مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي
 4- استخدام قانون التباين

$$S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

اما اذا كان حجم العينة $n > 30$ فيتم استخدام الصيغة الاتية :

$$S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1}$$

2- الانحراف المعياري (S) Standard Deviation

هو الجذر التربيعي للتباين اي ان :

$$S = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

3- المدى (R) Range

يعرف على انه ابسط مقاييس التشتت ويتم حسابه عن طريق

المدى = اكبر قيمة - اصغر قيمة

مثال (1) : اذا كانت لديك البيانات الاتية

5,14,11,7,3

جد كل من التباين والانحراف المعياري والمدى ؟

الحل /

$$S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{40}{5} = 8$$

$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})$	\bar{x}	X
9	-3	8	5
36	6	8	14
9	3	8	11
1	-1	8	7
25	-5	8	3
80			المجموع

$$S^2 = \frac{80}{5} = 16$$

$$\frac{80}{5}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{16} = 4$$

المدى = اكبر قيمة - اصغر قيمة

$$R = 14 - 3 = 11$$

B- التباين في حالة البيانات المبوبة

لايجاد التباين في حالة البيانات المبوبة نتبع الخطوات الاتية :

- 1- نجد مركز الفئات X
- 2- نجد مربع مركز الفئات X^2
- 3- نجد حاصل ضرب التكرارات * مركز الفئات $X*f$
- 4- نجد حاصل ضرب التكرارات * مربع مركز الفئات X^2*f
- 5- تطبيق قانون التباين الاتي

$$S^2 = \frac{n \sum x^2 * f - \sum (xf)^2}{n(n-1)}$$

وكذلك الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{S^2}$$

و كذلك المدى

R = الحد الاعلى للفئة الاخيرة – الحد الادنى للفئة الاول

مثال (2): جد التباين والانحراف المعياري للبيانات الاتية

التكرارات	الفئات
2	0-2
4	3-5
6	6-8
5	9-11
1	12-14

الحل /

f X ²	fx	X ²	مركز الفئة X	التكرارات f	الفئات
2	2	1	1	2	0-2
64	16	16	4	4	3-5
294	42	49	7	6	6-8
500	50	100	10	5	9-11
169	13	169	13	1	12-14
1029	123			18	المجموع

$$S^2 = \frac{n \sum x^2 * f - \sum(xf)^2}{n(n-1)}$$

$$S^2 = \frac{18(1029) - (123)^2}{18(18-1)}$$

$$S^2 = \frac{18522 - 15129}{306} = 11.8$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$= \sqrt{11.8}$$

$$= 3.32$$

H.W / جد الانحراف المعياري للبيانات الاتية :

التكرارات	الفئات
5	5-10
8	10-15
12	15-20
10	20-25
6	25-30
4	30-35
3	35-40
7	40-45
10	45-50

4- الانحراف المتوسط (M.D) The Mean Deviation

يعرف الانحراف المتوسط بأنه المجموع المطلق لانحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة اي ان

$$M.D = \frac{\sum |X - \bar{x}|}{N}$$

مثال (3): اذا كانت لديك البيانات الاتية

6,7,10,8,5,4,9,7

جد كل من الانحراف المتوسط , التباين , الانحراف المعياري , المدى

/ الحل

$$M.D = \frac{\sum |X - \bar{x}|}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{N} = \frac{56}{8} = 7$$

x	\bar{x}	$X - \bar{x}$	$ X - \bar{x} $	$(X - \bar{x})^2$
6	7	-1	1	1
7	7	0	0	0
10	7	3	3	9
8	7	1	1	1
5	7	-2	2	4
4	7	-3	3	9
9	7	2	2	4
7	7	0	0	0
المجموع			12	28

$$M.D = \frac{12}{8} = 1.5$$

$$S^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{28}{8} = 3.5$$

$$\frac{28}{8}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$S = \sqrt{3.5} = 1.87$$

المدى = اكبر قيمة - اصغر قيمة

$$R = 10 - 4 = 6$$

H.W / احسب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري الاتي :

x	F
3	2
7	5
11	9
15	7
19	2

H.W / اذا كانت لديك مجموعة البيانات الاتية :

التكرارات	الفئات
8	30-32
10	33-35
12	36-38
5	39-41
3	43-45
7	46-48

جد كل من :

1- الوسط الحسابي

2- الوسيط

3- المنوال

4- الانحراف المعياري

5- المدى

6 – الانحراف المتوسط

• خواص التباين والانحراف المعياري

1- التباين والانحراف المعياري لا يتأثران بالاضافة والطرح .

2- التباين والانحراف المعياري يتأثران عند ضرب القيم باي عدد ثابت حيث ان :

• التباين الجديد = التباين السابق * (مقدار الثابت)²

• الانحراف المعياري الجديد = الانحراف المعياري السابق * |مقدار الثابت|

3- يتأثر كل من التباين والانحراف المعياري بالقسمة على اي عدد ثابت حيث ان :

• التباين الجديد = $\frac{\text{التباين السابق}}{2^{\text{مقدار الثابت}}}$

• الانحراف المعياري الجديد = $\frac{\text{الانحراف المعياري السابق}}{|\text{الثابت مقدار}|}$

معامل الاختلاف

يستخدم معامل الاختلاف للمقارنة بين المجموعات لمعرفة اي مجموعة اكثر في البيانات تشتت ويرمز له بالرمز C حيث ان :

C $\frac{\text{المعياري الانحراف}}{\text{الوسط الحسابي}}$

* 100% =

$$C = 100\% * \frac{S}{\bar{x}}$$

مثال (4): اذا كانت لديك مجموعه من البيانات بوسط حسابي مقداره 17 وبتباين 36 جد معامل الاختلاف ؟

الحل /

$$C = \frac{S}{\bar{x}} * 100\%$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

$$= \sqrt{36}$$

$$= 6$$

$$C = \frac{6}{36} * 100\%$$

$$= 35.29\%$$

مثال (5): اذا كانت لديك المعلومات الاتية :

متوسط ارباح احدى شركات القطاع الخاص = 50 و بانحراف معياري = 10 , ومتوسط ارباح احدى

شركات القطاع العام = 30 و بانحراف معياري = 9 . بين اي الاجور اكثر تشتت بين الشركتين ؟

الحل/

$$C = \frac{S}{\bar{x}} \quad C = \frac{S}{\bar{x}} * 100\%$$

القطاع الخاص

$$C = \frac{10}{50} * 100\%$$

$$= 20\%$$

القطاع العام

$$C = \frac{9}{30} * 100\%$$

فتكون شركات القطاع العام اكثر تشتت من القطاع الخاص = 30%