

1 تعاريف مهمة في المعادلات التفاضلية

- تسمى المعادلة عادية ordinary اذا لم يكن فيها اشتقاق جزئي
- رتبة المعادلة هي حسب المشتقة الاعلى مثلا اذا كانت اعلى مشتقة هي y''' فهي من الرتبة الثالثة
- درجة المعادلة degree هي القوة المرفوع لها اعلى مشتقة فقط مثلا $(y''')^2 + (y'')^3 + y = x$ هي من الدرجة الثانية
- حل المعادلة قد يكون ظاهريا explicit مثلا $y=x^2+3$ وقد يكون ضمنيا implicit مثلا $xy + 8x - 4 = 0$
- قد تكون هناك حلول عديدة للمعادلة وعموما يسمى الحل عاما general اذا كان فيه الثابت c ويسمى خاصا particular اذا اوجدنا قيمة الثابت
- هناك حل احيانا يسمى فردي singular وهو عادة لا يحتوي ثابت c حتى نحدد هذا الثابت مثلا : المعادلة $(y')^2 = 4y$ لها حل عام $y=(x+c)^2$ ولكن $y=0$ هو ايضا حل لهذه المعادلة وهو singular

2 المعادلات التفاضلية رتبة اولى القابلة للفصل

Separable diff.eq.

هي التي يمكن صياغتها بالصورة :

$$\frac{dy}{dx} = X(x) \cdot Y(y)$$

حيث $X(x)$ دالة لـ x فقط و $Y(y)$ دالة لـ y فقط .

مثال : قابلة للفصل ولها حل عام وحل فردي singular

$$\frac{dy}{dx} = y^3 e^x$$

لاحظ هنا ان $X(x) = e^x$ وان $Y(y) = y^3$

هذه المعادلة يمكن كتابتها بالشكل :

$$\frac{dy}{y^3} = e^x dx$$

ويكون الحل العام :

$$y^2 = \frac{1}{2(e^x + c)}$$

ولكن هناك حل singular وهو $y=0$ لذلك فالحل النهائي يشملها ايضا

مثال : قابلية للفصل ولها حل عام وحل فردي singular ولكن يمكن تضمين الفردي في العام

$$x^2 \frac{dy}{dx} = 1 + y$$

هنا الحل العام :

$$y = c e^{-1/x} - 1, c \neq 1$$

وهناك حل singular هو $y = -1$ لكن يمكن تمثيله في الحل العام بأخذ $c = 0$