Simplex Method

Simplex Method : هي احدى الطرق البرمجة الخطية, تستخدم عند :

1- عدد المتغيرات اثنان او اكثر
2- جميع القيود اقل او يساوي والطرف االيمن موجب

خطوات الحل

1- نحول صيغة السؤال الى صيغة قياسية
2- نصفر دالة الهدف
3- تكوين جدول اولي لدالة الهدف والقيود
4- نستخرج المتغير الداخلي
5- نستخرج المتغير الخارجي
6- ايجاد العامل المشترك

Example 1

Max z= $10X_1+8X_2$

$2X_1+4X_2 \leq 36$

$4X_1+2X_2 \leq 48$

$X_1, X_2 \geq 0$

SOLUTION:

$2X_1+4X_2+1S_1=36$

$4X_1+2X_2+1S_2=48$

**المتغير الداخلي

هو المتغير الذي يقابل اكبر قيمة بالسالب في حالة كون الz اعظم ما يمكن (max)
و اكبر قيمة بالموجب اذا كانت قيمة الz اقل ما يمكن (min)

**المتغير الخارجي

و نحصل عليه من خلال قسمة الطرف الايمن من القيد على معاملات المتغير الداخلي و نرى ايهما اقل هو الذي يخرج

**العامل المشترك

هو تقاطع المتغير الداخلي مع المتغير الخارجي

$X_1,X_2,S_1,S_2 \geq 0$

$-10X_1-8X_2-0S_1-0S_2=0$

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1	2	4	1	0	36
S_2	4	2	0	1	48
Z	-10	-8	0	0	0

المتغير الداخلي هو X_1
المتغير الخارجي هو S_2

36/2=18, 48/4=12

العامل المشترك 4

ملاحظة : نستخرج المتغير الخارجي فقط من R.H.S موجب ويهمل السالب والصفر.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1	0	3	1	-0.5	12
X_1 الجديدة	4/4=1	2/4=0.5	0/4=0	¼=0.25	48/4=12
Z	0	-3	0	2.5	120

[S_1]+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_1] الجديدة

= [2 4 1 0 36]+[-2][1 0.5 0 0.25 12]

=[2 4 1 0 36]+[-2 -1 0 -0.5 -24]

= [0 3 1 -0.5 12] …… S_1 الجديدة

[Z]+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_1] الجديدة

= [-10 -8 0 0 0] +[10][1 0.5 0 0.25 12]

=[-10 -8 0 0 0]+[10 5 0 2.5 120]

=[0 -3 0 2.5 120]….. Z الجديدة

**ملاحظة: بما ان ال Zالجديدة فيها عنصر بالسالب يستمر الحل بنفس الطريقة باستخراج المتغير الداخلي والخارجي والعامل المشترك

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1	0	3	1	-0.5	12
X_1الجديدة	4/4=1	2/4=0.5	0/4=0	¼=0.25	48/4=12
Z	0	-3	0	2.5	120

المتغير الداخلي هو X_2

المتغير الخارجي هو S_1

12/3=4, 12/0.5=24

العامل المشترك هو 3

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_2الجديدة	0/3=0	3/3=1	1/3=0.33	-0.5/3=0.166	12/3=4
X_1	1	0	-0.165	0.333	10
Z	0	0	0.99	2.002	132

$[X_1]$+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_2] الجديدة

= [1 0.5 0 0.25 12]+[-0.5][0 1 0.33 -0.166 4]

=[1 0.5 0 0.25 12]+[0 -0.5 -0.165 0.083 -2]

= [1 0 -0.165 0.333 10] … X_1 الجديدة

[Z]+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_2] الجديدة

= [0 -3 0 2.5 120] +[3][0 1 0.33 -0.166 4]

=[-0 -3 0 2.5 120]+[0 3 0.99 0.498 12]

=[0 0 0.99 2.002 132]….. Z الجديدة

X_2 =4, X_1=10 , Z=132

EXAMPLE2

MAXZ= $120X_1+100X_2$

$2X_1+2.5X_2 \leq 1000$

$3X_1+1.5X_2 \leq 1200$

$1.5X_1+4X_2 \leq 1200$

$X_1, X_2 \geq 0$

SOLUTION:

$2X_1+2.5X_2+1S_1=1000$

$3X_1+1.5X_2+1S_2=1200$

$1.5X_1+4X_2+1S_3=1200$

$-120X_1-100X_2-0S_1-0S_2-0S_3=0$

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	2	2.5	1	0	0	1000
S_2	3	1.5	0	1	0	1200
S_3	1.5	4	0	0	1	1200
Z	-120	-100	0	0	0	0

المتغير الداخلي هو X_1
المتغير الخارجي هو S_2

1000/2= 500
1200/3=400
1200/1.5=800

ملاحظة: كيفية استخراج المتغير الخارجي
المتغير الخارجي ناتج من تقسيم R.H.S على العدد المقابل له في المتغير الداخلي (نأخذ فقط الموجب ويهمل السالب والصفر R.H.S

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	0	1.5	1	-0.66	0	200
X_1الجديدة	3/3=1	1.5/3=0.5	0/3=0	1/3=0.33	0/3=0	1200/3=400
S_3	0	3.25	0	-0.495	1	600
Z	0	-40	0	39.6	0	48000

[S_1]+[الجديدة [X_1]*[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة

= [2 2.5 1 0 0 1000]+[-2][1 0.5 0 0.33 0 400]

=[2 2.5 1 0 0 1000]+[-2 -1 0 -0.66 0 800]

= [0 1.5 1 -0.66 0 200] … S_1 الجديدة

[S_3]+[الجديدة [X_1]*[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة

= [1.5 4 0 0 1 1200]+[-1.5][1 0.5 0 0.33 0 400]

=[1.5 4 0 0 1 1200]+[-1.5 -0.75 0 -0.495 0 -600]

= [0 3.25 0 -0.495 1 -600] … S_3 الجديدة

[Z]+[عكس الإشارة الداخلي المتغير في العدد]*[X_1] الجديدة

= [-120 -100 0 0 0 0]+[-1.5][1 0.5 0 0.33 0 400]

=[-120 -100 0 0 0 0]+[120 60 0 39.6 0 48000]

= [0 -40 0 39.6 0 48000] … S_3 الجديدة

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	0	1.5	1	-0.66	0	200
X_1	1	0.5	0	0.33	0	400
S_3	0	3.25	0	-0.495	1	600
Z	0	-40	0	39.6	0	48000

المتغير الداخلي هو X2

المتغير الخارجي هو S1

200/1.5= 133.33

400/0.5= 800

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X2	0/1.5=0	1.5/1.5=1	1/1.5=0.66	-0.66/1.5 =-0.44	0/1.5=0	200/1.5=133.33
X_1	1	0	-0.33	0.55	0	333.33
S_3	0	0	-2.145	0.935	1	166.67
Z	0	0	26.4	22	0	53333.2

[X_1]+[عكس الإشارة الداخلي المتغير في العدد]*[X_2] الجديدة

= [1 0.5 0 0.33 0 400]+[-0.5][0 1 0.66 -0.44 0 133.33]

=[1 0.5 0 0.33 0 400]+[0 -0.5 -0.33 0.22 0 -66.66]

= [1 0 -0.33 0.55 0 333.33] … X_1 الجديدة

[S_3]+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_2 الجديدة]

= [0 3.25 0 -0.495 1 600] +[-3.25][0 1 0.66 -0.44 0 133.33]

=[0 3.25 0 -0.495 1 600]+[0 -3.25 -2.145 1.43 0 433.322]

= [0 0 -2.145 0.935 1 166.67] … S_3 الجديدة

[Z]+[العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة]*[X_2 الجديدة]

= [0 -40 0 39.6 0 48000]+[40][0 1 0.66 -0.44 0 133.33]

=[0 -40 0 39.6 0 48000]+[0 40 26.4 -17.6 0 5333.2]

= [0 0 26.4 22 0 53333.2] … Z الجديدة

0.935

MAX Z= 53333.2 at X_1=333.33, X_2=133.33

Example: **Simplex Method**

Max z $=3x_1+4x_2+3x_3$

s.t

$3x_1+2x_2+x_3 \leq 960$

$5x_1+8x_2+4x_3 \leq 5000$

$3x_1+6x_2+3x_3 \leq 2400$

$X_1, x_2, x3 \geq 0$

Solution:

$3x_1+2x_2+x_3+s_1= 960$

$5x_1+8x_2+4x_3+s_2= 5000$

$3x_1+6x_2+3x_3 +s_3= 2400$

$-3X_1-4X_2-3X_3-0S_1-0S_2-0S_3=0$

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	3	2	1	1	0	0	960
S_2	5	8	4	0	1	0	5000
S_3	3	6	3	0	0	1	2400
MAX Z	-3	-4	-3	0	0	0	0

المتغير الداخلي هو X_2

المتغير الخارجي هو S_3

960/2= 480

5000/8= 625

2400/6= 400

العامل المشترك هو 6

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	2	0	0	1	0	-1/3	160
S_2	1	0	0	0	1	-1.33	1800
X_2	1/2	1	1/2	0	0	1/6	400
MAX Z	-1	0	-1	0	0	2/3	1600

الجديدة[S_1] = [3 2 1 1 0 0 960] + (-2) [½ 1 ½ 0 0 1/6 400] = [2 0 0 1 0 -1/3 160]

الجديدة[S_2] = [5 8 4 0 1 5000] + (-8) [½ 1 ½ 0 0 1/6 400] = [1 0 0 0 1 -1.33 1800]

الجديدة[Z] = [-3 -4 -3 0 0 0 0] + (4) [½ 1 ½ 0 0 1/6 400] = [-1 0 -1 0 0 2/3 1600]

المتغير الداخلي هو X_1

المتغير الخارجي هو S_1

160/2= 80 , 1800/1=1800, 400/0.5=800

العامل المشترك هو 2

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X_1	1	0	0	1/2	0	-0.166	80
S_2	0	0	0	-1/2	1	-1.166	1720
X_2	0	1	1/2	-0.25	0	0.249	360
MAX Z	0	0	-1	1/2	0	0.5	1680

الجديدة[S_2] = [1 0 0 0 1 -1.33 1800] + (-1) [1 0 0 1/2 0 -0.166 80] = [0 0 0 -1/2 1 -1.166 1720]

الجديدة[X_2] = [1/2 1 1/2 0 0 1/6 400] + (-0.5) [1 0 0 1/2 0 -0.166 80] = [0 1 1/2 -0.25 0 0.249 360]

الجديدة[Z] = [-1 0 -1 0 0 0.666 1600] + (1) [1 0 0 1/2 0 -0.166 80] = [0 0 -1 1/2 0 0.5 1680]

المتغير الداخلي هو X_3

المتغير الخارجي هو X_2

360/0.5= 720 , يهمل السالب والصفر

العامل المشترك هو 1/2

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X_1	1	0	0	1/2	0	-0.166	80
S_2	0	0	0	-1/2	1	-1.166	1720
X_3	0	2	1	-0.5	0	0.498	720
MAX Z	0	2	0	0	0	1	2400

الجديدة[X_1] = [1 0 0 1/2 0 -0.166 80] + (0) [0 2 1 -0.5 0 0.498 720] = [1 0 0 1/2 0 -0.166 80]

الجديدة[S_2] = [0 0 0 -1/2 1 -1.166 1720] + (0) [0 2 1 -0.5 0 0.498 720] = [0 0 0 -1/2 1 -1.166 1720]

الجديدة[Z] = [0 0 -1 1/2 0 0.5 1680]+ (1) [0 2 1 -0.5 0 0.498 720]= [0 2 1 0 0 1 2400]

∴MAX Z= 2400 At X_1= 80 , X_2=0, X_3= 720