المتجهات

المثال–1

بين ما اذا كان المتجهان متعامدين ام متوازيين ام انهما ليسا متعامدين ولا متوازيين :

$$V_1 = 2i - j + k$$

$$V_2 = 4i - 2j + 2k$$

.....

نلاحظ ان مركبات المتجه الثاني هي مضاعف لمركبات المتجه الاول وبنفس الاشارة لذلك المتجهان متوازيان

المثال–2

اوجد حاصل الضرب الاتجاهي للمتجهين بطريقة المحدد :

$$V_1 = 3i - j + 2k \ , \ V_2 = i + 4k$$

.....

$$V_1 \times V_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

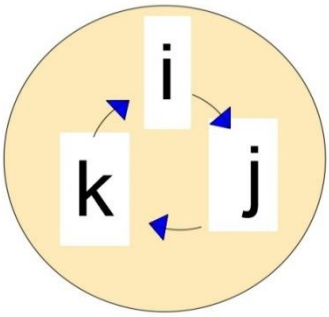
$$= i(-4 - 0) - j(12 - 2) + k(0 + 1)$$

$$= -4i - 10j + k$$

المثال –3

اعد حل المثال السابق بطريقة الساعة

.....



$$V_1 \times V_2 = (3i - j + 2k) \times (i + 4k)$$

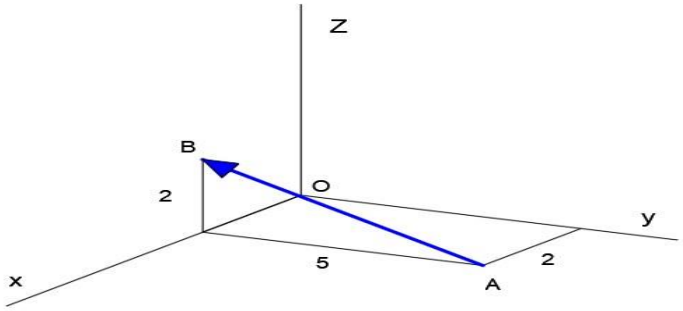
$$= 3i \times i + 3i \times 4k - j \times i - j \times 4k + 2k \times i + 2k \times 4k$$

$$= 0 - 12j + k - 4i + 2j + 0$$

$$= -4i - 10j + k$$

المثال –4

اوجد طول (مقدار) المتجه **AB** في الشكل (11) :



الشكل يمثل السطح في المثال 4

.....

A (2 , 5 , 0) , B (2 , 0 , 2)

From A to B :

$\Delta x = 2 - 2 = 0$, $\Delta y = 0 - 5 = -5$, $\Delta z = 2 - 0 = 2$

So : $V_{AB} = -5j + 2k$

And : $|V_{AB}| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$

الزاوية بين مستويين

Ex/اوجد الزاوية بين المستويين :

P_1 : $3x + 2y + 4z = 12$

P_2 : $x + y + 3z = 18$

.....

1- نوجد المتجه العمود على المستوي الاول N_1 والمتجه العمود على المستوي الثاني N_2 يتقاطعان عند نقطة ولتكن **A** .

N1=ai+bj+ ck **N2=ai+bj+ck**

2-نوجد الزاوية بين العمودين N_1 و N_2 ولتكن θ بطريقة حساب حاصل الضرب القياسي (ويمكن الاتجاهي ايضا) .

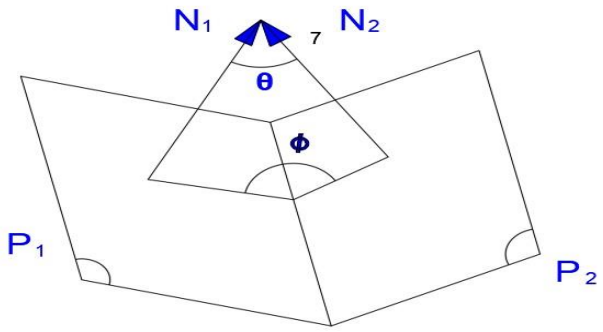
$$N1.N2 = |N1|\,|N2|\ COS\ \theta$$

|N1| |و|N2|تمثل طول المتجه $|N|=\sqrt{a^2+b^2=c^2}$

3-نطرح **θ** من 180 درجة لان مجموع اي زاويتين متقابلتين 180 درجة في الشكل الرباعي

فنحصل على الزاوية بين المستويين ولتكن **Ø.**

انظر الشكل ادناه



الزاوية بين مستويين

$$N_1 = 3i + 2j + 4k$$

$$N_2 = i + j + 3k$$

$$N_1 . N_2 = 3(1) + 2(1) + 4(3) = 17$$

$$|N_1| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2} = \sqrt{29}$$

$$|N_2| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{11}$$

$$\text{But :} \quad N_1 . N_2 = |N_1|\ |N_2| \cos\theta$$

So $\sqrt{29}\ \sqrt{11}\ \cos\theta = 17$

$\theta = 17.9°$

so : $\emptyset = 180 - 17.9 = 162.1°$

معادلة الخط المستقيم

Ex / اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين : **A (3 , 0 ,0) , B (2 , 1 , 2)** ثم ارسمه

.....

تاخذ معادلة المستقيم في الفراغ الصيغة التالية :

$$\frac{x - x_o}{a} = \frac{y - y_o}{b} = \frac{z - z_o}{c}$$

حيث **a , b , c** مركبات اي متجه موازي للمستقيم (هنا سنختار المتجه الذي يمر بالنقطتين المعطاتين) و x_o ، y_o ، z_o احداثيات اية نقطة تقع على المستقيم (هنا سناخذ النقطة **A**) :

From A to B :

$\Delta x = 2 - 3 = -1$, $\Delta y = 1 - 0 = 1$, $\Delta z = 2 - 0 = 2$

So : $V_{AB} = -i + j + 2k$

And : a = -1 , b= 1 , c = 2

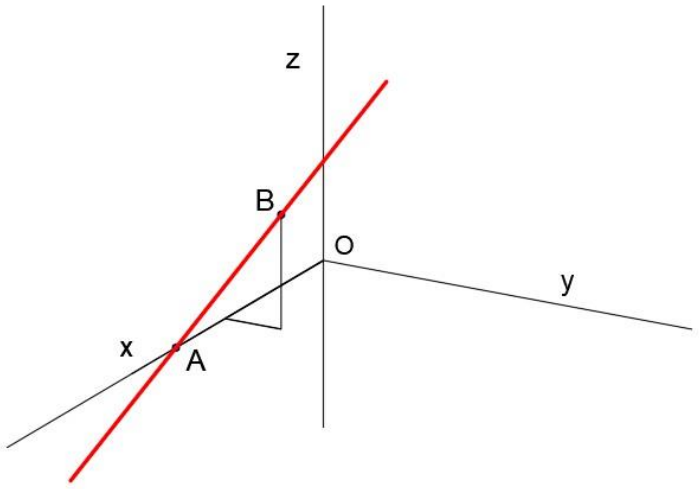
Taking point A with : $x_o = 3$, $y_o = 0$, $z_o = 0$

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-0}{1} = \frac{z-0}{2}$$

In other form :

$$3 - x = y = \frac{z}{2}$$

والشكل يوضح المستقيم



الشكل يوضح المستقيم في المثال