ENGINEERING STATISTICS

الاحصاء الهندسي

المحاضرة الثالثة

المرحلة الثانية

م.م. تمار ميثم عبدالوهاب

Centering or mediation measures

مقاييس التمركز او التوسط

The graphical method in analyzing and studying phenomena to determine characteristics, trends and relationships, depends in its accuracy on the accuracy of the graphic representation itself, and thus the characteristics may differ from one drawing to another for the same phenomenon. Therefore, it is better to resort to quantitative measurement methods, where the researcher uses the mathematical method in measurement. Among the most important measures of central tendency that we will discuss in the study are the arithmetic mean, median and mode for each of the individual data (ungrouped and grouped data).

إن الأسلوب البياني في تحليل ودراسة الظواهر لتحديد الخصائص والاتجاهات والعلاقات ، يعتمد في دقته على دقة التمثيل البياني نفسه وبذلك ربما تختلف الخصائص من رسم إلى آخر لنفس الظاهرة وعليه فإنه من الأفضل اللجوء إلى طرق القياس الكمي، حيث يستخدم الباحث الطريقة الرياضية في القياس.

ومن أهم مقاييس النزعة المركزية التي سنتعرض اليها بالدراسة الوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل من البيانات المفردة (غير المبوبة ومن البيانات المبوبة) .

First: The arithmetic mean (mean)

The arithmetic mean (mean) is defined as the sum of the values of the observations divided by their number and is symbolized by the symbol ($\bar{Y}$).

الوسط الحسابي (المتوسط) يعرف بأنه مجموع قيم المشاهدات مقسوماً على عددها ويرمز له بالرمز ($\bar{Y}$).

A. Calculating the arithmetic mean from ungrouped (single) data

The arithmetic mean is calculated from the ungrouped data from the following relationship:

حساب الوسط الحسابي من البيانات غير المبوبة (المفردة)

يحسب من المتوسط الحسابي البيانات غير المبوبة من العلاقة الاتية:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} yi}{n}$$

Ex/ yi= 400, 380, 450, 350, 520

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} yi}{n} = \frac{400 + 380 + 450 + 350 + 520}{5} = \frac{2100}{5} = 420$$

B. Calculating the arithmetic mean from classified data

It is calculated in the most common way by using the class centers and their frequencies according to the following equation:

حساب الوسط الحسابي من البيانات المبوبة

ويحسب بأكثر الطرق شيوعا من خلال استخدام مراكز الفئات وتكراراتها وفق المعادلة الاتية:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiyi}{\sum_{i=1}^{n} fi}$$

When:

fi= frequency of class

yi= class center

Ex/ Extract the arithmetic mean from the following table.

Class	Frequency (fi)	Class Center (yi)	$fi * yi$
31−40	1	35.5	35.5
41−50	2	45.5	91
51−60	5	55.5	277.5
61−70	15	65.5	982.5
71−80	25	75.5	1887.5
81−90	20	85.5	1710
91−100	12	95.5	1146
	$\sum fi = 80$		$\sum fi * yi = 6130$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} fiyi}{\sum_{i=1}^{n} fi} = \frac{6130}{80} = 76.62$$

Properties of the arithmetic mean خواص الوسط الحسابي :

- ❖ Sum of deviations of values from their arithmetic mean = zero

  مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي = صفر

- For ungrouped data للبيانات غير المبوبة

$$\sum (yi - \bar{Y}) = 0$$

$$\sum (yi - \bar{Y}) = \sum yi - \sum \bar{Y} = \sum yi - n\bar{Y} = \sum yi - \sum yi = 0$$

- For classified data للبيانات المبوبة

$$\sum fi(yi - \bar{Y}) = 0$$

$$\sum fi(yi - \bar{Y}) = \sum fiyi - \sum fi\bar{Y} = \sum fiyi - \frac{\sum fiyi}{\sum fi}\sum fi = \sum fiyi - \sum fiyi = 0$$

- When adding a fixed number (k) to each value of the variables, its arithmetic mean = the arithmetic mean of the original values + the fixed number.

عند إضافة عدد ثابت (k) الى كل قيمة من المتغيرات فان وسطها الحسابي = الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت .

$$Ai = yi + k \rightarrow \bar{A} = \bar{Y} + k$$

- If the values of a variable are multiplied by a constant k, the average of the resulting values is equal to the product of the constant k and the arithmetic mean of the variable.

اذا ضربت قيم المتغير بثابت k فان متوسط القيم الناتجة يساوي حاصل ضرب الثابت k بالوسط الحسابي للمتغير

$$Ai = yi * k \rightarrow \bar{A} = \bar{Y} * k$$

Second: Arithmetic mediator

The median is defined as the value that lies in the middle of a set of values such that the frequencies preceding it are equal to (50%) those following it if the set of values is arranged in ascending or descending order, and its calculation depends on the nature and type of data.

يعرف الوسيط على أنه القيمة التي تتوسط مجموعة من القيم بحيث تكون التكرارات التي تسبقها مساوية (50%) لتلك التي تليها إذا رتبت مجموعة القيم ترتيباً تصاعدياً . أو تنازلياً، ويعتمد حسابه على طبيعة ونوع البيانات

For ungrouped data للبيانات غير المبوبة

If the number of items is odd (n odd): there will be one item representing the median

$$\frac{n+1}{2}$$

and its order is calculated from the relation

إذا كان عدد المفردات فردي (n فردية): سيكون فيها مفردة واحدة تمثل الوسيط $\frac{1+n}{2}$ ويحسب ترتيبه من العلاقة

Ex/ Calculate the median from the following data (20 - 12 - 15 - 10 - 40 - 80 - 61)

Solution: Arrange the items in ascending order first: (10-12-15-20-40-80-61)

Calculate the order of the median = $\frac{(7+1)}{2} = 4$, the order of the median is **fourth**, so the median = **20**.

If the number of items is even (n is even): there will be two items adjacent to the median, which is calculated by finding their arithmetic mean, and their order is calculated from the relationship

إذا كان عدد المفردات زوجي (n زوجية): سيكون فيها مفردتان محاديتان للوسيط الذي يحسب عن طريق إيجاد الوسط الحسابي لهما، ويحسب ترتيبهما من العلاقة

$$(\frac{n}{2} ,\frac{n}{2}+1)$$

Example: Calculate the median from the following data

40−33−20−18− 14 − 15 − 12 − 15

Solution: Arrange the items in ascending order first:

(12−14−15−15−18−20−33−40)

$$(\frac{n}{2} ,\frac{n}{2}+1)$$

$$\left(\frac{8}{2} ,\frac{8}{2}+1\right) \rightarrow (4 , 5)$$

The median is the average of the fourth and fifth values

(15+18)/2=16.5 Me

For classified data للبيانات المبوبة

using the ascending cumulative frequency table according to the following relationship:

باستخدام الجدول التكراري التجميعي الصاعد وفقا للعلاقة الاتية

$$Me = Lm + \left(\frac{\sum f/2 - Fi}{fm}\right) * C$$

When:

Lm: The true lower bound of the median class (i.e. the class that contains the median item of the distribution).

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطة (أي الفئة التي تضم المفردة الوسيطة للتوزيع).

$\sum f/2$: Sum of frequencies divided by 2

مجموع التكرارات مقسومة على 2

Fi: Sum of frequencies of classes preceding the median class

مجموع التكرارات للفئات التي تسبق الفئة الوسيطة

Fm: Frequency of the median classتكرار الفئة الوسيطة

C: Length of the class طول الفئة

EX: Calculate the median for the table

Class	Frequency	Ascending cumulative repetition
≤31	0	0
31−40	1	1
41−50	2	3
51−60	5	8
61−70	15	23
71−80	25	48
81−90	20	68
91−100	12	80
	$\sum fi = 80$	

Solution

$$\sum \frac{f}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

Class is $(71-80)$

$$Me = Lm + \left(\frac{\sum f/2 - Fi}{fm}\right) * C$$

$$Me = 70.5 + \left(\frac{40 - 23}{25}\right) * 10 = 77.3$$

Third: Mode

Mode is the most frequently occurring value in the data set.

المنوال هو القيمة الاكثر تكرار في مجموعة البيانات

For ungrouped data للبيانات غير المبوبة

EX: Find the Mode (12-8-10-8-9-8-7)

Solution: Mode = 8

For classified data للبيانات المبوبة

$$Mo = Lm + \left(\frac{D1}{D2 + D1}\right) * C$$

Lm: The true lower bound of the median class (i.e. the class that contains the median item of the distribution).

الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطة (أي الفئة التي تضم المفردة الوسيطة للتوزيع).

D1: The difference between the repetition of the modal class and the class before it

الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و الفئة التي قبلها

D2: The difference between the frequency of the modal class and the class that follows it

الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و الفئة التي تليها

C: Length of the class طول الفئة

Ex: Find the Mode

Class	Frequency (fi)
31−40	1
41−50	2
51−60	5
61−70	15
71−80	25
81−90	20
91−100	12

Solution:

$$Mo = Lm + \left(\frac{D1}{D2 + D1}\right) * C$$

$$Mo = 70.5 + \left(\frac{25 - 15}{(25 - 20) + (25 - 15)}\right) * 10 = 77.167$$

Homework

Q1/ Find the mean and median in each of the following cases, and from them find the mode value:

1) 8-11-9-12-7
2) 111-102-103-104- 107-105
3) 24-20-9-18-35-3-39-3623- 22

Q2/ The following table represents the weights of university students.

class	Frequency
60-62	15
63-65	25
66-68	12
69-71	20
72-74	33
75-77	10
77-80	5

Find the mean ,median and from them find the mode value