



Contents:

1. Solution of Nonlinear Equation
2. Numerical Integration
3. Numerical Solution of Ordinary Differential Equation
4. Interpolation Polynomials
5. Numerical Differentiation

References:

1. Henrici, P., (1964), "Element of Numerical Analysis"
2. Williams, P.W., (1978), " Numerical Computational"
3. Cheney, W., and Kincaid (1980), "Numerical Mathematics and Computing"

1. Solution of Nonlinear Equation

المعادلة اللاخطية: هي المعادلة التي تحتوي على قوى مختلفة لـ(X) او دوال مثلثية او اسية او لوغارitmية.

For Example:

$$y = x - e^x$$

$$y = \cos x - \ln x$$

$$y = x^4 - 3x^3 + x - 2$$

The Solution of Nonlinear Equation: means finding its roots (points that intersectit with the x-axis).

حل المعادلة: يعني ايجاد جذورها (نقاط تقاطعها مع محور x)

ملاحظة:

- بالنسبة للمعادلات اللاخطية لا توجد صيغة مبسطة لحساب جذور المعادلة بل تكون الطرق التحليلية المتبعه عشوائية وتعطي حل تقريري.
- المعادلات اللاخطية التي سوف تأخذ بنظر الاعتبار هي المعادلات من متغير واحد فقط (x).
- في حالة وجود دوال مثلثية حول نظام الحاسبة الى .radian



There are several methods to solution of nonlinear equations, its:

هناك عدة طرق لحل المعادلات اللاخطية ، منها:

1.1 Simple Iterative Method: طريقة التكرار البسيطة

تمتاز هذه الطريقة بسهولة الاستخدام ويمكن تطبيقها على المسائل ذات الصيغ المختلفة وأسلوب الحل في هذه الطريقة هو كالتالي:

- اذا كانت لدينا معادلة بالصيغة $f(x) = 0$ يجب إعادة كتابتها بالشكل التالي ($x_{i+1} = g(x_i)$ حيث ان g هو المتبقى من المعادلة الأصلية بعد نقل ال(x) الى الطرف الآخر.

For Example: $y = x^3 - x + 3$

$$x^3 - x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = x^3 + 3$$

$$x_{i+1} = x_i^3 + 3 \quad \rightarrow \quad g(x_i) = x_i^3 + 3$$

- عوض قيمة ال (x_0) البدائية بالصيغة (x_i) g واحسب قيمة (x_1).
3- قارن قيمة (x_1) مع (x_0) فإذا كان الفرق بينهما صغيرا جدا وضمن الدقة المطلوبة فتوقف، وبعكسه عوض قيمة (x_1) بالصيغة (x_i) g إلى ان يكون الفرق بين (x_i) و (x_{i+1}) ضمن الدقة المطلوبة.



Example (1): Find the root of the following equation $y = e^{-x} - x$, use $x_0 = 0$ as an initial value and 4-digits as accuracy?

Solve:

$$y = e^{-x} - x$$

$$e^{-x} - x = 0 \rightarrow x = e^{-x}$$

$$x_{i+1} = e^{-x_i} \rightarrow x_1 = e^{-x_0}$$

$$x_1 = e^{-0} = 1 \rightarrow 0 \neq 1$$

$$x_2 = e^{-1} = 0.3679 \rightarrow 1 \neq 0.3679$$

$$x_3 = e^{-0.3679} = 0.6921 \rightarrow 0.3679 \neq 0.6921$$

..... continuous

$$\therefore r = 0.5671$$

i	x_i	x_{i+1}
0	0	1
1	1	0.3679
2	0.3679	0.6921
3	0.6921	0.5005
4	0.5005	0.6062
5	0.6062	0.5454
6	0.5454	0.5796
.....
14	0.5671	0.5671



Example (2): Find the root of the following equation $y = 2x^3 - 7x + 2$, use $x_0 = 1$ as an initial value and 4-digits as accuracy?

$$y = 2x^3 - 7x + 2$$

$$2x^3 - 7x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2x^3 + 2}{7}$$

$$x = \frac{2}{7}(x^3 + 1)$$

$$x_{i+1} = \frac{2}{7}(x_i^3 + 1)$$

.....continuous

$$\therefore r = 0.2929$$

<i>i</i>	<i>x_i</i>	<i>x_{i+1}</i>
0	1	0.5714
1	0.5714	0.3390
2	0.3390	0.2968
3	0.2968	0.2932
4	0.2932	0.2929
5	0.2929	0.2929

H.W: Find the root of the following equation by using Simple Iterative Method:

1) $f(x) = x - \cos x, \quad x_0 = 0, \quad \text{Ans.} : r = 0.739$

2) $x^2 - 4 = \ln x, \quad x_0 = 1, \quad \text{Ans.} : r = 2.1868$

3) $2x^5 - 2x - 1 = 0, \quad x_0 = 0, \quad \text{Ans.} : r = -0.5505$

4) $4x = e^x, \quad x_0 = 0, \quad \text{Ans.} : r = 0.3573$