*القوة – عزم القوة :–

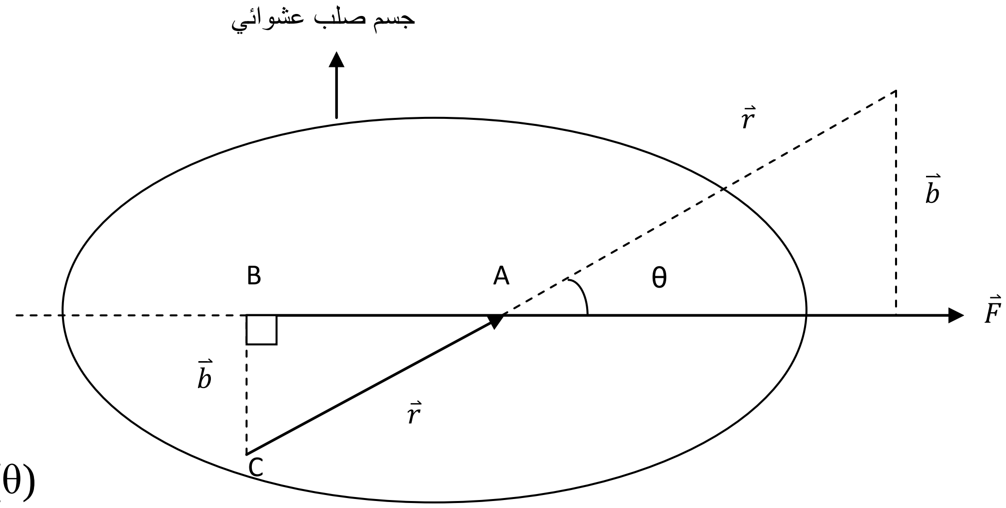
عزم اللي أو عزم التدوير :- هو قابلية القوة على تدوير الأجسام .

$$M = F\,b \qquad (1)$$

M= عزم اللي أو عزم التدوير.

F= القوة.

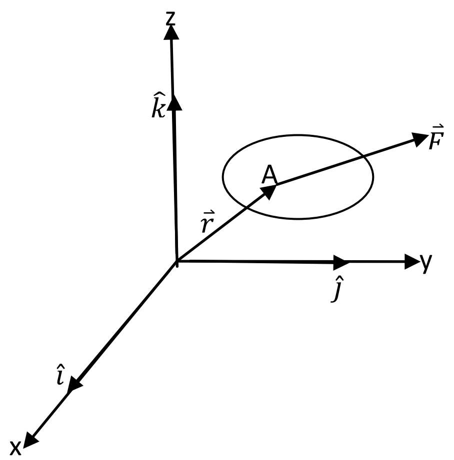
b= المسافة العمودية من محور الدوران إلى خط الفعل (ذراع القوة).

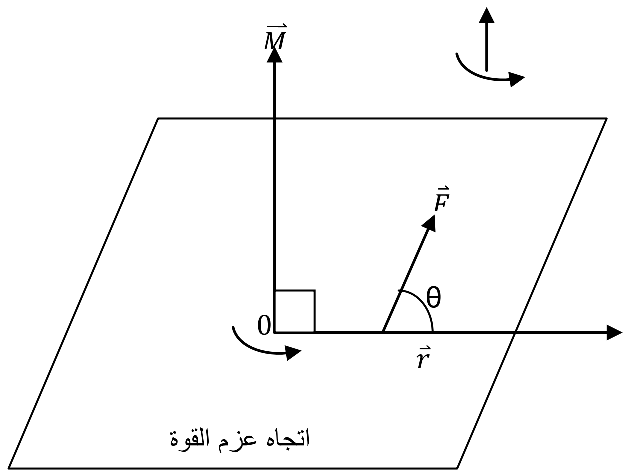


b= r sin(θ)

M= r F sin(θ)

$$\vec{M} = \vec{r} X \vec{F}$$





$$\vec{r} = \hat{\imath}\mathrm{x} + \hat{\jmath}\mathrm{y} + \hat{k}\mathrm{z}$$

$$\vec{F} = \hat{\imath}\mathrm{F_x} + \hat{\jmath}\mathrm{F_y} + \hat{k}\mathrm{F_z}$$

$$\begin{aligned}\vec{M} &= \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= \hat{\imath}\left(yF_z - zF_y\right) - \hat{\jmath}(xF_z - zF_x) + \hat{k}\left(xF_y - yF_x\right) \\ &= \hat{\imath}\left(yF_z - zF_y\right) + \hat{\jmath}(zF_x - xF_z) + \hat{k}\left(xF_y - yF_x\right)\end{aligned}$$

وهذا يعني أن مركبات عزم اللي أو التدوير $\vec{M}$ وذلك في ثلاثة أبعاد تكون كالتالي :-

$M_x = y\ F_z - z\ F_y$

$M_y = z\ F_x - x\ F_z$

$M_z = x\ F_y - y\ F_x$

والحالة الخاصة ، $\vec{r} X \vec{F}$ ستقع في المستوي-(xy) :-

$z = 0$, $F_z = 0$

وهكذا فان عزم القوة سيكون كالتالي :-

$$\vec{M} = \hat{\imath}\left(y * 0 - 0 * F_y\right) + \hat{\jmath}(0 * F_x - x * 0) + \hat{k}\left(xF_y - yF_x\right)$$

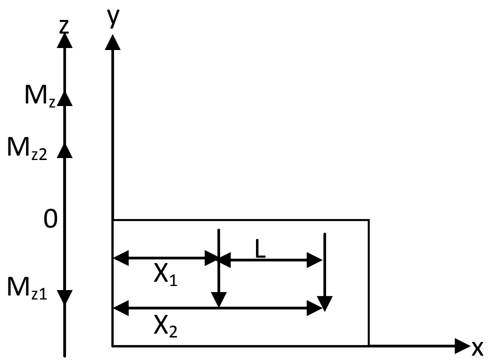
$$\vec{M} = \hat{k}\left(xF_y - yF_x\right)$$

المزدوج :- إذا كانت :- $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2}$ ، فان محصلة القوى ستساوي صفر :-

$R = \overrightarrow{F_1} - \overrightarrow{F_2} = 0$. وإذا كان الفرق بين الأطوال (x_1,x_2) يساوي (L) :-

$L = x_2 - x_1$ ، فان العزم باتجاه (z) يكون كالتالي :-

$$M_z = M_{z2} - M_{z1} = (x_2 - x_1)F = LF$$



*توازن الجسيمة وقوانين نيوتن الثلاثة :-

1-توازن الجسيمة :-

إذا كان الجمع ألاتجاهي للقوة المؤثرة على الجسيمة مساوي للصفر، بعبارة أخرى :-

$$\sum_i \overrightarrow{F_i} = 0$$

ومن ثم يمكن أن نقول ، بأن الجسيمة في حالة توازن ميكانيكي .

وإذا كانت الجسيمة في حالة سكون ، فأننا نطلق على هذه الحالة بأنها توازن ثابت .

ولكن إذا كانت الجسيمة تتحرك مع سرعة ثابتة ، فأننا نطلق على هذه الحالة بأنها توازن حركي .

إن المعادلة :- $\sum_i \overrightarrow{F_i} = 0$ ستساوي إلى المعدلات العددية الثلاثة التالية :-

$$\sum_i F_{ix} = 0 , \sum_i F_{iy} = 0 , \sum_i F_{iz} = 0$$

2-توازن الجسم الصلب :-

إن الجسم الصلب يكون في حالة توازن إذا :-

1-إذا كان التعجيل الخطي لمركز كتلته مساوي للصفر أو يتحرك مع سرعة ثابتة .

وهي حالة توازن الحركة الانتقالية :- $\sum_i \overrightarrow{F_i} = 0$.

2-إذا كان مقدار تعجيله الزاوي حول إي محور ثابت مساوي للصفر .أو إذا كان يدور حول هذا المحور مع سرعة زاوية ثابتة .

وهي هي حالة توازن الحركة الدورانية :- $\sum_i \overrightarrow{M_i} = 0$.

مركز الكتلة :- إذا كانت لدينا القوة :-

$$\vec{F} = m\vec{g} = \sum_i m_i \vec{g}$$

إن نقطة التأثير لهذه القوة ستحدد بواسطة المتجه التالي :-

$$\overrightarrow{r_i} = \frac{\sum_i \overrightarrow{r_i}\, m_i g}{\sum_i m_i g} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{r_i}}{\sum_i m_i}$$

وبعبارة أخرى فأن :- $x_o = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, y_o = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, y_o = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$ ،حيث إن (x_o, y_o, z_o) تمثل مركز الكتلة وذلك لنظام من الجسيمات في الجسم الصلب ذو الكثافة (ρ) بحيث إن :- $dm = \rho dv$ وبالتالي يصبح مركز الكتلة كالتالي :-

$$x_o = \frac{\int \rho x dv}{\int \rho dv}, y_o = \frac{\int \rho y dv}{\int \rho dv}, z_o = \frac{\int \rho z dv}{\int \rho dv}$$

وإذا كانت الكثافة (ρ) ثابتة فأن :-

$$x_o = \frac{\int x dv}{\int dv} = \frac{\int x dv}{v}, y_o = \frac{\int y dv}{v}, z_o = \frac{\int z dv}{v}$$