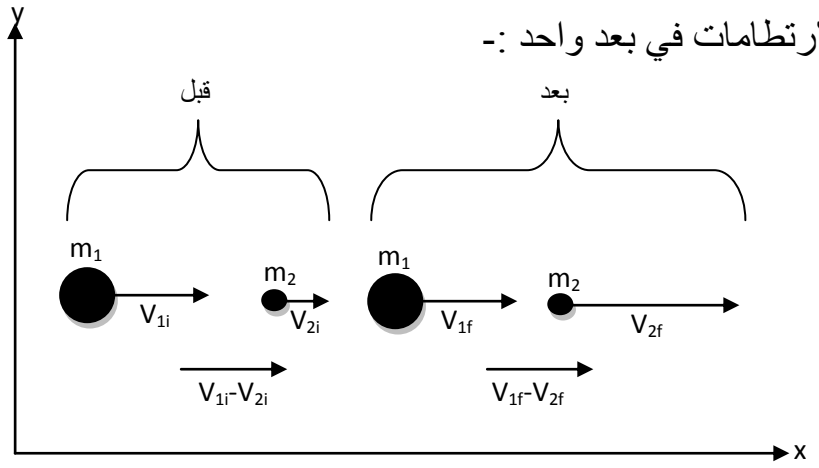
*الارتطامات في بعد واحد :-



إن كتل الأجسام الكروية تمتلك القيم :- (m_1وm_2) ، وان مركبات السرعة تكون قبل الارتطام كالتالي :- (v_{1i}وv_{2i}) وبعد الارتطام ستصبح :- (v_{1f}وv_{2f}) .اثنان من الأجسام الكروية وذلك قبل وبعد الارتطام المرن . فأن السرعة (v_{1i}-v_{2i}) ، وذلك للكتلة (m_1) بالنسبة للكتلة (m_2) وهذا قبل الارتطام ستكون مساوية للسرعة، (v_{2f}-v_{1f}) ، وذلك للكتلة (m_2) بالنسبة للكتلة (m_1) وهذا بعد الارتطام .ومن مفهوم حفظ الزخم سنحصل على :-

$$P_{1i} + P_{2i} = P_{1f} + P_{2f}$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} = m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i}$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) - -(1)\text{[معادلة الزخم}$$

وبسبب أننا نفترض حالة من الارتطام المرن فأن الطاقة الحركية ستكون محفوظة حسب التعريف ، وهكذا سنحصل على :-

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2-\frac{1}{2}m_1v_{1f}^2=\frac{1}{2}\left[m_1v_{1i}^2-m_1v_{1f}^2\right]$$

وهذا سيساوي :-

$$\frac{1}{2}m_2v_{2f}^2-\frac{1}{2}m_2v_{2i}^2=\frac{1}{2}\left[m_2v_{2f}^2-m_2v_{2i}^2\right]$$

$$m_1\left[v_{1i}^2-v_{1f}^2\right]=m_2\left[v_{2f}^2-v_{2i}^2\right]--(2)\left[\text{معادلة الطاقة}\right]$$

حيث أن $(v_{2f}\neq v_{2i})$ وكذلك $(v_{1f}\neq v_{1i})$ ، وبقسمة المعادلة (2) على (1):-

$$\frac{m_1\left[v_{1i}^2-v_{1f}^2\right]}{m_1\left(v_{1i}-v_{1f}\right)}=\frac{\left(v_{1i}-v_{1f}\right)\left(v_{1i}+v_{1f}\right)}{\left(v_{1i}-v_{1f}\right)}$$

$$\frac{m_2\left[v_{2f}^2-v_{2i}^2\right]}{m_2\left(v_{2f}-v_{2i}\right)}=\frac{\left(v_{2f}-v_{2i}\right)\left(v_{2f}+v_{2i}\right)}{\left(v_{2f}-v_{2i}\right)}$$

$$\left(v_{1i}+v_{1f}\right)=\left(v_{2f}+v_{2i}\right)$$

$$(v_{1i}-v_{2i})=\left(v_{2f}-v_{1f}\right)--(3)$$

وبإدخال المعادلة :- $(v_{2f}=v_{1f}+v_{1i}-v_{2i})$ في المعادلة (1) والحل للحصول على المقدار (v_{1f}) :-

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \rightarrow m_1(v_{1i} - v_{1f})$$

$$= m_2[v_{1f} + v_{1i} - v_{2i} - v_{2i}]$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 v_{1f} = m_2 v_{1f} + m_2 v_{1i} - 2m_2 v_{2i}$$

$$m_1 v_{1i} - m_2 v_{1i} + 2m_2 v_{2i} = m_2 v_{1f} + m_1 v_{1f} = v_{1f}(m_1 + m_2)$$

$$v_{1i}(m_1 - m_2) + 2m_2 v_{2i} = v_{1f}(m_1 + m_2)$$

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

وبإدخال المعادلة :- ($v_{1f} = v_{2f} + v_{2i} - v_{1i}$) التي نحصل عليها من المعادلة

(3) في المعادلة (1) والحل للحصول على المقدار (v_{2f}) :-

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \rightarrow m_1(v_{1i} - v_{2f} - v_{2i} + v_{1i})$$

$$= m_2(v_{2f}) - m_2(v_{2i})$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 v_{2f} - m_1 v_{2i} + m_1 v_{1i} = m_2 v_{2f} - m_2 v_{2i}$$

$$m_1 v_{1i} - m_1 v_{2i} + m_2 v_{2i} + m_1 v_{1i} = m_2 v_{2f} + m_1 v_{2f}$$

$$2m_1 v_{1i} + v_{2i}(m_2 - m_1) = v_{2f}(m_2 + m_1)$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right) v_{2i}$$