جامعة المستقبل　　　　　　　　　　　　السنة / الرابعة
كلية التقنيات الطبية والصحية
قسم تقنيات الاشعة

الإحصاء الحياتي

محاضرة (8)

B- مقاييس التشتت **Measures of Variation**

تحدد مقاييس التشتت مدى تقارب او تباعد او تناثر او اختلاف القيم عن بعضها البعض او عن نقطة معينة كالوسط الحسابي مثلاً , فالتشتت يرجع الى اختلاف قيم المشاهدات , لذلك فأن القيم المتشابهه لا يوجد لها تشتت , ولكن بأختلاف قيم المشاهدات فلابد من وجود تشتت بين هذه القيم , حيث يختلف مقدار التشتت من مجموعة الى اخرى .
تعريف مقاييس التشتت :- هي المقاييس التي تقيس مدى تباعد القيم او تقاربها والتي تستعمل كمؤشر احصائي لتحديد درجة التقارب او التشتت .

ومن اهم مقاييس التشتت :-

أ- مقاييس التشتت المطلق

1- المدى Range :- وهي ابسط مقايس التشتت ويمكن حساب المدى للبيانات عن طريق المعادلة

المدى = اعلى قيمة – اقل قيمة +1

مثال // اوجد المدى للمجموعتان التاليتان تمثل درجات طلبة كلية الصيدلة في مادة كيمياء الادوية ؟

المجموعة A= 70 , 60 , 50 , 40 , 30

المجموعة B = 52 , 51 , 50 , 49 , 48

Range of A = 70 – 30 + 1 = 41

Range of B = 52 – 48 +1 = 5

المجموعة A تشتتها اكبر من المجموعة B

2- الانحراف المتوسط Mean Deviation

يعرف الانحراف المتوسط بأنه معدل مجموع انحرافات القيم المطلقة عن متوسطها.

(a) : الانحراف المتوسط لبيانات غير مبوبة

$$\mathbf{M.D} = \frac{\sum |y_i - \bar{y}|}{n}$$

حيث n عدد المشاهدات

y_i قيمة المشاهدة i

$\bar{y}$ المعدل الحسابي للمشاهدات

مثال اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية التي تمثل مستوى الهيموغلوبين في دم 6 رجال ملغم/ديلتر
yi= 11 , 12 ,13 , 12 , 13 , 11

الحل:-

$\lvert yi-\bar{y}\rvert$	Yi
1	11
0	12
1	13
0	12
1	13
1	11
4	

M.D = $\frac{\sum\lvert yi-\bar{y}\rvert}{n}$

M.D = $\frac{4}{6}$ **= 0.67**

(b) الانحراف المتوسط لبيانات مبوبة :

M.D = $\frac{\sum fi\lvert yi-\bar{y}\rvert}{\sum fi}$ **حيث** yi هو مركز الفئة

مثال// اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية التي تمثل توزيع طلبة كلية الصيدلة حسب الوزن

$fi\lvert yi-\bar{y}\rvert$	$\lvert yi-\bar{y}\rvert$	*fiyi*	مركز الفئات *yi*	التكرار *fi*	الفئات
32.7	*6.54*	305	61	5	*60 – 62*
53.1	*3.54*	960	64	15	*63- 65*
24.3	*0.54*	3015	67	45	*66 – 68*
66.42	*2.46*	1890	70	27	*69 – 71*
43.68	*5.46*	584	73	8	74 - 72
220.2		6754		100	

M.D = $\frac{\sum fi\lvert yi-\bar{y}\rvert}{\sum fi}$

$\bar{y}=\frac{\sum fiyi}{\sum fi} = \frac{6754}{100}$ **=67.54**

M.D = $\frac{220.2}{100}$ **= 2.202**

3-التباين والانحراف المعياري Variance and Standard Deviation

يعد كل من الانحراف المعياري والتباين كمقياس للتشتت من انسب المقاييس نظراً لتجاوزها المقاييس السابقة من ناحية واستخدامها على نطاق واسع في التحليل من ناحية ثانية ويعرف التباين بأنه معدل مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها .

أ- التباين في حالة البيانات غير المبوبة :-

تباين العينة $S^2=\frac{\sum(yi-\bar{y})^2}{n-1}$ الطريقة الاعتيادية

$S^2=\frac{\sum y^2 i-\frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1}$ الطريقة السريعة

حيث ان التباين $S^2=\frac{SS}{d.f}$

$SS=\sum(yi-\bar{y})^2$

أو $SS=\sum y^2 i-\frac{(\sum yi)^2}{n}$

حيث SS تمثل مجموع مربعات انحرافات المشاهدات عن المعدل الحسابي

d.f = هي درجات الحرية او عدم السيطرة

d.f = n – 1

n هي عدد القيم

مثال// حسب التباين للقيم التالية التي تمثل درجات 6 طلاب من طلبة كلية الصيدلة في مادة كيمياء الادوية العملي ؟

yi = 9 , 4 , 6 , 8 , 10 , 5 , 7

الحل:

Yi	$yi-\bar{y}$	$(yi-\bar{y})^2$
9	+2	4
4	- 3	9
6	- 1	1
8	+1	1
10	+ 3	9
7	0	0
5	- 2	4
49		28

الطريقة الاعتيادية:

$\bar{y}=\frac{\sum yi}{n} \quad \rightarrow \quad \bar{y}=\frac{49}{7}$

$S^2=\frac{\sum(yi-\bar{y})^2}{n-1}$

$S^2=\frac{28}{7-1}=\frac{28}{6}=4.67$

الطريقة السريعة:

Yi	yi^2
9	81
4	16
6	36
8	64
10	100
7	49
5	25
49	371

$$S^2 = \frac{\sum y^2 i - \frac{(\sum yi)^2}{n}}{n-1} \qquad = \frac{371 - \frac{(49)^2}{7}}{7-1} = 4.67$$

ب – في حالة البيانات المبوبة :

$$S^2 \quad = \frac{\sum fi(yi - \overline{y})^2}{\sum fi - 1}$$

$$S^2 \quad = \frac{\sum fiy^2 i - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}$$

مثال// احسب التباين للبيانات التالية التي تمثل توزيع طلبة كلية الصيدلة حسب الوزن

الفئات	التكرار *fi*	مركز الفئات *yi*	*fiyi*	$(yi - \overline{y})$	$(yi - \overline{y})^2$	$f(yi - \overline{y})$
60 – 62	5	61	305	- 6.54	42.7716	213.858
63- 65	15	64	960	- 3.54	12.5316	187.974
66 – 68	45	67	3015	0.54	0.2916	13.122
69 – 71	27	70	1890	2.46	6.0516	163.3932
74 - 72	8	73	584	5.46	29.8226	238.4928
	100		6754			816.84

$$\overline{y} \ = \frac{\sum fiyi}{\sum fi} = \frac{6754}{100} \ = 67.54$$

$$S^2 = \frac{\sum fi(yi - \overline{y})^2}{\sum fi - 1}$$

$$S^2 \qquad = \frac{816.84}{100-1} = \frac{816.84}{99} = 8.25$$

الفئات	التكرار *fi*	*yi*	*Fiyi*	y^2i	$fi\, y^2i$
60 – 62	5	61	305	*3721*	18605
63- 65	15	64	960	4096	61440
66 – 68	45	67	3015	4489	202005
69 – 71	27	70	1890	4900	132300
74 - 72	8	73	584	5329	42632
	100		6754		456982

$$S^2 = \frac{\sum fiy^2i - \frac{(\sum fiyi)^2}{\sum fi}}{\sum fi} = \frac{456982 - \frac{(6754)^2}{100}}{100-1}$$

$$= \frac{456982 - 456165.16}{99} = \frac{816.84}{99} = 8.25$$

4- الانحراف المعياري Standard Deviation

الجذر التربيعي لمجموع مربعات انحرافات القيم عند متوسطها ويستخدم على نطاق واسع كونه يتعامل مع نفس وحدات القياس للمشاهدات الاصلية ويعتبر الانحراف المعياري اهم مقاييس التشتت واكثرها استعمالاً في مجال التحليل الاحصائي .

$$S = \sqrt{s^2}$$

مثال// اوجد الانحراف المعياري اذا كان التباين (4.67) وكذلك اذا كان التباين (8.25)

$$S = \sqrt{s^2}$$

$$S = \sqrt{4.67} = 2.16$$

$$S = \sqrt{8.25} = 2.87$$

الخطأ القياسي Standard error :-

وهو الانحراف المعياري لمتوسط العينة ويستخدم للدلالة على التشتت فكلما كان الخطأ القياسي قليلاً كلما كان هناك تقارب او تجانس اكثر بين القيم وكلما زاد الخطأ القياسي كلما قلت دقة القياس ودل ذلك على تشتت القيم

$$S\overline{y} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

مثال// اوجد الخطأ القياسي اذا كان التباين (4.67) وعدد القيم 6

$$S\overline{y} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{2.16}{\sqrt{6}} = \frac{2.16}{2.45} = +0.88$$