الطريقة البيانية
Graphical Method

الإستاذ الدكتور مؤيد عبدالحسين الفضل

① الطريقة البيانية
Graphical Method

مثال رقم (١) : مطلوب انتاج نوعين من المنتجات باستخدام إثنين من بدائل المواد الاولية . البيانات المتعلقة بهذه المشكلة :

المنتجات ← / المواد الأولية ↓	المنتج ①	المنتج ②	مقدار ما هو متوفر من المواد الاولية
المادة الاولية الاولى	1	3	18 متر
المادة الاولية الثانية	5	2	25 متر
الربح المتوقع	$ 5	$ 6	

المطلوب :

① صياغة النموذج الرياضي للمشكلة

② حل المشكلة بطريقة الرسم Graphical Method

موضحاً ٣ انواع للحلول

- الممكن — Feasible
- الافضل — Best
- الامثل — Optimal

Scanned with CamScanner

الحل

الطلب الاول : صياغة النموذج الرياضي للمشكلة :

نفرض ان كمية الانتاج هي X

X_1 ← كمية المنتج رقم 1

X_2 ← كمية المنتج رقم 2

نفرض ان مقدار الارباح الكلية المتوقعة Z

عليه فان العلاقات الرياضية للنموذج الخاص بهذه المشكلة :

$$X_1 + 3X_2 \leq 18 \quad (1)$$ قيد المادة الأولى

$$5X_1 + 2X_2 \leq 25 \quad (2)$$ قيد المادة الثانية

$$Z = 5X_1 + 6X_2 \longrightarrow \text{Max.}$$ دالة الهدف

$X_1 , X_2 \geq 0$ قيود اللاسلبية

الطلب الثاني : الحل باستخدام الطريقة البيانية

(1) تحويل العلاقة الرياضية المتباينة الى معادلة بالخطوات

$$X_1 + 3X_2 \leq 18$$

$$X_1 + 3X_2 < 18$$

$$X_1 + 3X_2 = 18$$

Scanned with CamScanner

المطلوب تحديد نقطتين لرسم حافة المستقيم :

النقطه احداثياتها (X_1, X_2)

(٢)

$$X_1 + 3X_2 = 18$$

نفرض ان :

X_1 X_2

$(0, 6)$

$$\begin{cases} X_1 = 0 \\ \therefore 3X_2 = 18 \\ \therefore X_2 = \frac{18}{3} = 6 \end{cases}$$

نفرض ان :

X_1 X_2

$(18, 0)$

$$\begin{cases} X_2 = 0 \\ \therefore X_1 = 18 \end{cases}$$

وبنفس الطريقه بالنسبه للمستقيم الثاني :

$$5X_1 + 2X_2 \leq 25$$

$5X_1 + 2X_2 < 25$

$$5X_1 + 2X_2 = 25$$

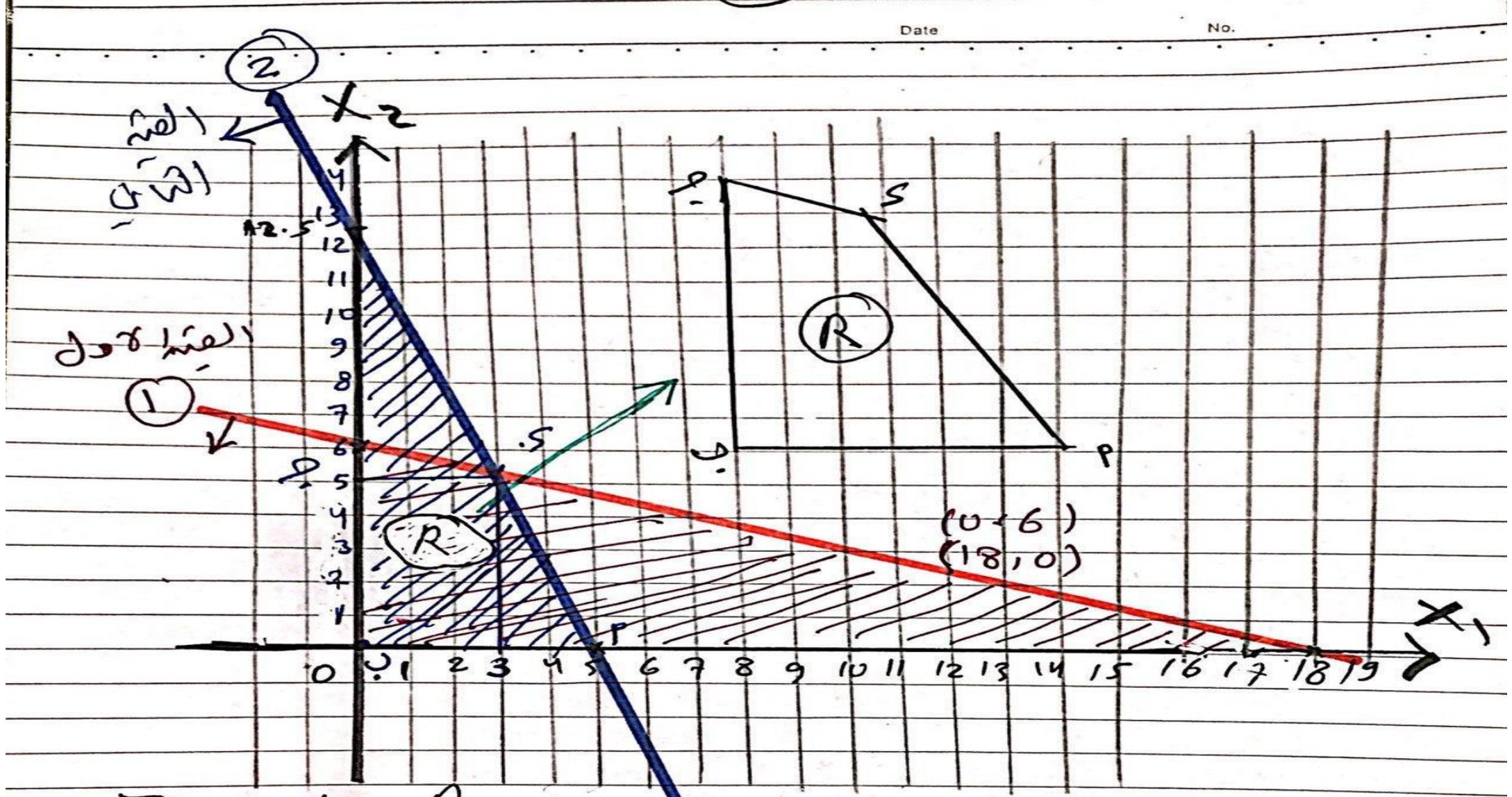
$$\begin{cases} X_2 = 0 \\ 5X_1 = 25 \\ X_1 = \frac{25}{5} = 5 \end{cases}$$

$(5, 0)$

$$\begin{cases} X_1 = 0 \\ 2X_1 = 25 \\ \therefore X_1 = \frac{25}{2} = 12.5 \end{cases}$$

$(0, 12.5)$

Scanned with CamScanner



Feasible Region

Solution

Scanned with CamScanner

من الشكل السابق تم الحصول على منطقة الحلول الممكنة Feasible Region Solution، وان النقاط الاربعة التي تحيط فيها هي :

أ. (5,0)
ب. (0,0) نقطة الاصل
ج. (0,6)
د. (؟,؟)

النقطة المجهولة (د) يتم حسابها وفقاً للتالي :

① الطريقة البيانية (إنزال العمود)
حيث يتم انزال عمود من النقطة (د) على المحور X_1 وكذلك على المحور X_2، ومن الشكل البياني نقرأ القيم التالية :

$$X_1 = 3$$
$$X_2 = 5$$

∴ النقطة هي (3,5) وتقرأ عن اليمين (د)

Scanned with CamScanner

② طريقة الحذف (المعادلات الآنية)

بموجب هذه الطريقة يتم حل المعادلات بالطريقة الآنية لتحديد قيمة كل من X_1 ، X_2 ، سنحاضر واقعي ادناه :

(1) ——— $X_1 + 3X_2 = 18$

(2) ——— $5X_1 + 2X_2 = 25$

يتم ضرب المعادلة الاولى بـ -5 لتوحيد المعاملات ———

$$-5X_1 - 15X_2 = -90$$
$$+5X_1 + 2X_2 = +25$$
$$-13X_2 = -65$$

X — 1

$$13X_2 = 65$$
$$\therefore X_2 = \frac{65}{13} = 5$$

يتم التعويض في اي معادلة ولتكن المعادلة الاولى

Scanned with CamScanner

(٧)

$$x_1 + 3(5) = 18$$
$$x_1 + 15 = 18$$
$$x_1 = 18 - 15 = 3$$

∴

.5
(3,5)

$x_1 = 3$
$x_2 = 5$

يتم تعويض هذه النقاط في معادلة دالة الهدف

$$Z = 5x_1 + 6x_2 \longrightarrow \text{Max}$$

$Z = 5(5) + 6(0) = 25$ (5,0) .P

$Z = 5(0) + 6(0) = 0$ (0,0) .Q

$Z = 5(0) + 6(6) = 36$ (0,6) .R

$Z = 5(3) + 6(5) = 45$ (3,5) .S

Optimal solution الحل الأمثل

Scanned with CamScanner

(٨)

Quiz واجبات

س: توفرت لديك البيانات التالية:

المنتجات / متطلبات الانتاج	المنضدة	الكرسي	مقدار المتوفر من متطلبات الانتاج
الخشب wood	30	20	300
العمل Labor	5	10	110
الربح المتوقع	$ 6	$ 8	

المطلوب: ① صياغة النموذج الرياضي للمشكلة

② أوجد الحل الأمثل optimal solution باستخدام الطريقة البيانية Graphical Method

س: توفر لديك النموذج الرياضي التالي:

$$8X_1 + 4X_2 \leq 160$$
$$3X_1 + 6X_2 \leq 150$$
$$Z = 10X_1 + 12X_2 \longrightarrow \text{Max.}$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

المطلوب: حل المشكلة باستخدام الطريقة البيانية

Scanned with CamScanner