للشركة (أ):

$$\frac{EBIT}{EBIT - I} = \frac{20000}{20000 - 1500} = 1.08$$

للشركة (ب):

$$\frac{EBIT}{EBIT - I} = \frac{15000}{15000 - 500} = 1.03$$

هذا ويمكن لآثار نوعي الرفع السابقتين أن تتضافرا معاً لتنتجا ما يعـرف بـالرفع المشترك Combined Leverage . ومثال ذلك, أن تقوم شركة ذات كثافة رأسمالية عالية في طريقة إنتاجها بتمويل استثماراتها بالاقتراض بنسبة عالية, فإن هذا يعني أنها تمزج رافعة التشغيل برافعة التمويل (الميداني، مرجع سابق ص 615).

وتقيس درجة الرفع المشترك CL درجة استجابة أو حساسية عائد السهم العادي EPS لأي تغير يحدث في المبيعات. ويمكن قياس درجة الرفع المشترك من خلال العلاقة التالية:

$$CL = DFL \times DOL$$

وبالتالي:

$$CL = \frac{Q(P-V)}{Q(P-V) - F - I}$$

4- عائد وخطر المحفظة: Portfolio Risk and Return:

من النادر أن يحمل المستثمرون ورقة مالية واحدة, بل هم يحملون مجموعـة مـن الأوراق (اثنين أو أكثر), أي أنهم يحملون محفظة. وتم حتى الآن بحث عائد وخطر الاستثمار لمشاريع الاستثمار عندما تكون منفردة. ومن الأهمية بمكان بحث عائد وخطـر الاسـتثمار لمجموعة من الاستثمارات (أوراق مالية متنوعة مثلاً) عندما تشكل مع بعضـها مـا يسـمى محفظة استثمار.

4-1. عوائد المحفظة الاستثمارية Portfolio Returns:

إن العائد لمحفظة ما هو عبارة عن المتوسط المرجح للعائد على الأوراق المالية المكونة لهذه المحفظة. فإذا رمزنا بـ R_p للعائد المتوقع من المحفظة، و w_i للوزن النسبي للورقة المالية

i المستثمرة في المحفظة، R_i العائد المتوقع من الورقة i، عندها نستطيع كتابة المعادلة التالية:

$$R_{pj} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_{ij}$$

ويمكن صياغة معادلة العائد المتوقع من محفظة معينة من خلال العلاقة التالية:

$$\overline{R}_p = E(R_p) = E\left\{\sum w_i R_{ij}\right\} \Leftrightarrow \overline{R}_p = E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} E(w_i R_{ij})$$

حيث:

$\overline{R}_P$: تمثل متوسط العائد من المحفظة الاستثمارية.

وهذا يعطي ما يلي:

$$\overline{R}_p = E(R_P) = \sum_{i=1}^{n} w_i \overline{R}_i$$

مثال: لتكن لدينا المعطيات التالية والمتعلقة بكل من الورقتين أ و ب:

البيان	الورقة أ	الورقة ب
معدل العائد المتوقع	0,12	0,16
النسبة المستثمرة في كل مشروع	0,5	0,5

والمطلوب: ما هو العائد المتوقع على المحفظة المتكونة من المشروعين أ و ب؟

الحل:

$$\%14 = 0{,}14 = 0{,}50 \times 0{,}16 + 0{,}50 \times 0{,}12$$

2-4.خطر المحفظة Portfolio Risk:

قد تكون درجة مخاطرة المحفظة أقل من مجموع مخاطرة الأوراق المالية الفردية التي تكون هذه المحفظة أو تساويها أو أكبر منها.

إن تباين محفظة تحتوي على ورقتين ماليتين يساوي:

$$\sigma_P^2 = E(R_P - \overline{R}_P)^2 = E\left[(w_1 R_{1j} + w_2 R_{2j}) - (w_1 \overline{R}_1 + w_2 \overline{R}_2)\right]^2$$

ويمكن إعادة صياغة المعادلة على النحو التالي:

$$\sigma_P^2 = E\left[w_1(R_{1j} - \overline{R}_1) + w_2(R_{2j} - \overline{R}_2)\right]^2$$

أو على الشكل التالي:

$$\sigma_P^2 = E\left[w_1^2(R_{1j} - \overline{R}_1)^2 + 2w_1w_2(R_{1j} - \overline{R})(R_{2j} - \overline{R}_2) + w_2^2(R_{2j} - \overline{R}_2)^2\right]$$

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2E\left[(R_{1j} - \overline{R}_1)(R_{2j} - \overline{R}_2)\right] + w_2^2\sigma_2^2$$

إن القيمة $E\left[(R_{1j} - \overline{R}_1)(R_{2j} - \overline{R}_2)\right]$ تمثل الانحراف المشترك بين الأصلين 1و 2 ويُعبر عنه بالرمز cov_{12}. وبناءً على ذلك يمكن كتابة المعادلة كما يلي:

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2\,\text{cov}_{12} + w_2^2\sigma_2^2$$

ويتم التعبير عن الانحراف المشترك لمتغيرين عشـوائيين A و B إحصـائياً بالقيمـة المتوقعة لحاصل ضرب الفروقات بين كل قيمة ممكنة لـ A وقيمتها المتوقعة بالفروقـات بين كل قيمة ممكنة لــ B وقيمتها المتوقعة. تتحدد درجة مخاطرة المحفظة الاستثمارية بناءً على حجم وإشارة الانحراف المشـترك لعوائـد هـذه الاسـتثمارات Covariance of Returns الذي يقيس إلى أي مدى يتحرك متغيران عشوائيان مع بعضهما في الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الانحراف المشترك باستخدام مفهوم إحصائي آخر، هو مفهوم معامل الارتباط Correlation Coefficient. هذا الأخير يبين إلى أي مدى يمكن لعوائد استثمارين أن يتحركا معاً في الاتجاه نفسه. ويأخذ معامل الارتباط قيماً تتراوح بين الـ 1+ و الـ 1- .

$$-1 \le p_{ij} \le +1$$

حيث: $p_{1.2}$ هو معامل الارتباط بين الورقتين (الأصلين) 1 و 2.

$$\text{cov}_{ij} = p_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

ومن ثم فإن معامل الارتباط يساوي إلى الانحراف المشترك لعوائد الورقتين مقسوماً على حاصل ضرب الانحراف المعياري للورقة الأولى بالانحراف المعياري للورقة الثانية.

$$p_{ij} = \frac{\text{cov}_{ij}}{\sigma_i\sigma_j}$$

وباستبدال الانحراف المشترك بما يساويها فإننا نحصل على الصيغة التالية:

$$\boxed{\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2p_{12}\sigma_1\sigma_2 + w_2^2\sigma_2^2}$$

تمثل هذه المعادلة تباين محفظة مالية (استثمارية) مكونة من أصلين فقط. ويتم التعبير عن مخاطرة المحفظة بالجذر التربيعي للتباين (الانحراف المعياري). وقد تم استخراج هذه المعادلة بناءً على المصفوفة التالية:

	الورقة 1	الورقة 2
الورقة 1	$w_1^2\sigma_1^2$	$w_1 w_2 \operatorname{cov}_{1,2}$
الورقة 2	$w_1 w_2 \operatorname{cov}_{1,2}$	$w_2^2\sigma_2^2$

ولكن ماذا لو احتوت المحفظة على أكثر من ورقتين (أصلين) بفرض ثلاث أوراق؟ في هذه الحالة يمكن صياغة التباين الخاص بمحفظة تحتوي على ثلاث أوراق على النحو التالي:

$$\sigma_P^2 = E(R_P - \overline{R}_P)^2 = E\left[(w_1 R_{1j} + w_2 R_{2j} + w_3 R_{3j}) - (w_1 \overline{R}_1 + w_2 \overline{R}_2 + w_3 \overline{R}_3)\right]^2$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\sigma_P^2 = E\left[w_1(R_{1j} - \overline{R}_1) + w_2(R_{2j} - \overline{R}_2) + w_3(R_{3j} - \overline{R}_3)\right]^2$$

وبالتعويض عن القيمة المتوقعة بما تساويه تصبح المعادلة السابقة على الشكل التالي:

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2w_1 w_1 \operatorname{cov}_{12} + 2w_1 w_3 \operatorname{cov}_{13} + 2w_2 w_3 \operatorname{cov}_{23}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^{3} w_j^2\sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{3}\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{3} w_j w_k \operatorname{cov}_{jk}$$

وفي حال كانت المحفظة مكونة من N ورقة، في هذه الحالة تصبح معادلة التباين كما يلي:

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^{N} w_j^2\sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{N}\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{N} w_j w_k \operatorname{cov}_{jk}$$

بناءً على ما سبق يمكننا ذكر مجموعة من الخصائص المتعلقة بالمحفظة الاستثمارية:

الخاصية الأولى: حالة تساوي النسب المستثمرة من الأصول في المحفظة:

في حال تم الاستثمار بالوزن النسبي نفسه لكل عنصر من العناصر المكونة للمحفظة، في هذه الحالة يتم التعبير عن مخاطرة المحفظة وفق ما يلي:

$$\sigma_P^2 = (\frac{1}{N})\sum_{j=1}^{N}(\frac{1}{N})\sigma_j^2 + (\frac{N-1}{N})\sum_{j=1}^{N}\sum_{\substack{k=1 \\ k\neq j}}^{N}(\frac{1}{(N-1)N})\operatorname{cov}_{jk}$$

إذاً يوجد لدينا N حد لـــ j، و (N-1) حد من الانحراف المشترك، من هنا سوف نعوض عن كل حد بمتوسطه لنحصل على المعادلة التالية:

$$\sigma_P^2 = (\frac{1}{N})\overline{\sigma}_j^2 + (\frac{N-1}{N})\text{cov}_{kj}$$

أو كما يلي:

$$\sigma_P^2 = (\frac{1}{N})(\overline{\sigma}_j^2 - \overline{\sigma}_{kj}) + \text{cov}_{kj}$$

يتبين لنا من خلال هذه المعادلة ما يلي:

- كلما كانت N كبيرة، كلما أدى ذلك إلى اقتراب الشق الأول من المعادلة من الصفر.
- أي أن المساهمة الخاصة بتباين كل ورقة تقترب من الصفر.
- عندما تكون N كبيرة فإن تباين المحفظة يمثله الانحراف المشترك بين الأصول المكونة للمحفظة.
- كلما كانت N كبيرة، كلما أصبح الفرق بين متوسط مخاطرة الورقة (الأصل) و بين متوسط الانحراف المشترك صغيراً. وهذا ما يُعبر عنه بمبدأ التنويع لأصول المحفظة.
- إن التنويع يؤدي إلى تجنب المخاطر الخاصة بكل ورقة على حده، ولكنه لا يؤدي إلى تجنب المخاطر الناجمة عن الانحراف المشترك بين هذه الأوراق.

يُلاحظ مما سبق أن الانحراف المشترك يدخل بصورة جوهرية في قياس خطر المحفظة المالية. كما يتضح أن الاختيار الذكي للاستثمارات الداخلة في محفظة الاستثمار يمكن أن يُخفض من خطر المحفظة. هذا التخفيض يمكن أن يتحقق من خلال التنويع الذي يعتمد بدوره على درجة الارتباط بين عوائد مختلف الأوراق المالية التي تكّون هذه المحفظة.

مثال: إذا كان الانحراف المعياري للسهم أ = 30% وللسهم ب = 20% , وكان معامل الارتباط بين السهمين = + 1 , و الوزن النسبي للسهم أ = 60% وللسهم ب = 40%

المطلوب: احسب الانحراف المعياري للمحفظة.

الحل: إن تباين المحفظة يُعطى بالعلاقة التالية:

$$\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + 2w_1w_2p_{12}\sigma_1\sigma_2 + w_2^2\sigma_2^2$$

وبالتعويض ينتج لدينا ما يلي:

$$\sigma_P^2 = 0.36\,(0.09) + 0.0288 + 0.16\,(0.04) = 0.0676$$

وبالتالي فإن مخاطرة المحفظة هي عبارة عن الجذر التربيعي للتباين أي:

$$\sigma = \sqrt{0.0676} = 0.26$$

مثال: فيما يلي بيانات متعلقة بمحفظة مالية مكونة من الأصول التالية:

البيان	أسهم عادية	سندات مالية	عملات أجنبية
العائد المتوقع	0,06	0,04	0,02
الانحراف المعياري	0,10	0,05	0,015
الوزن النسبي	0,60	0,30	0,10

وكانت معاملات الارتباط بين هذه الاستثمارات على النحو التالي:

بين الأسهم والسندات = 0,25 ، بين الأسهم والعملات = ‎-0,08 ، بين السندات والعملات = 0,15

المطلوب:

1-حساب العائد المتوقع للمحفظة.

2-حساب مخاطرة المحفظة.

الحل:

1- يمكن حساب العائد باستخدام العلاقة التالية:

$$E(R)_p = \sum_{i=1}^{n} W_i R_i$$

وبالتطبيق كمايلي 0,6×0,06 + 0,3 × 0,04 + 0,10 × 0,02= 0,05

3- مخاطرة المحفظة:

باستخدام العلاقة التالية:

$$\sigma_P^2 = \sum_{j=1}^{3} w_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^{3} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{3} w_j w_k \operatorname{cov}_{jk}$$

ينتج لدينا 0,0653

وهي مخاطرة المحفظة المكونة من الأصول الثلاثة معاً.

مثال:

أراد كمال استثمار مبلغ 50000$ في شراء أوراق مالية لإحدى المؤسسات المالية، فإذا علمت بأن العائد السنوي المتوقع من هذه الورقة هو 11.7% والانحراف المعياري (المخاطرة) هي 19.04%. **والمطلوب:**

- حدد مجال الثقة لهذه الورقة للعام القادم و عند مستوى 95%.
- ما هي الخسارة القصوى المتوقعة (بدرجة احتمال 99%) التي يمكن أن يتعرض لها كمال في حال استثماره كامل مدخراته في هذه الورقة؟

الحل:

الطلب الأول: إن احتمال أن يكون العائد ضمن المجال من +1 انحرافاً معيارياً إلى −1 انحرافاً معيارياً يمكن التعبير عنه بالصيغة التالية: $[r-1\times\sigma;r+1\times\sigma]=67\%$.

كما أن احتمال أن يكون العائد ضمن المجال من 1.96+ انحرافاً معيارياً إلى −1.96 انحرافاً معيارياً يمكن التعبير عنه بالصيغة التالية: $[r-1.96\times\sigma;r+1.96\times\sigma]=95\%$.

عندها يمكننا حل التمرين أعلاه على النحو التالي:

$$[r-1.96\times\sigma;r+1.96\times\sigma]=95\%$$

$$[11.7\%-1.96\times19.04;11.7\%+1.96\times19.04]=95\%$$

$$[-25.62\%;49.02\%]=95\%$$

وبالتالي فإن مجال الثقة هو $[-25.62\%;49.02\%]$ ويمكن تفسير هذه النتيجة أنه يوجد احتمال 95% أن يقع العائد في العام القادم ما بين 25.62%- وبين + 49.02%.

الطلب الثاني: نحن نعلم أن :

$$\Pr[R\le 11.7\%-2.33\times19.04\%]=1\%$$

أي أنه بدرجة احتمال 99% يمكن للعائد المحقق من هذه الورقة أن يكون أكبر من -32.66%. وبالتالي يمكن حساب الخسارة القصوى[1] (بدرجة احتمال 99%) الممكن أن يتعرض لها كمال على النحو التالي:

$$-32.66\times 50000\$ = -16330\$$$

α درجة الثقة	z_c
90%	-1.2816
95%	-1.645
97.5%	-1.96
99%	-2.326

[1] تسمى الخسارة القصوى المذكورة في هذا الطلب بالقيمة المعرضة للمخاطرة Value At Risk (VAR).