وزارة التعليم العالي

والبحث العلمي

جامعة المستقبل

قسم المالية والمصرفية

مبادئ الاحصاء

المرحلة الاولى

المحاضرة السابعه

مقاييس التشتت

اعداد

م.م علي حسين جابر

٢٠٢٤ - ٢٠٢٥

التباين والانحراف القياسي

اذا كان لدينا n من المشاهدات Y_n ،.... ، Y_2 ، Y_1 = Y_i ، فان التباين (يرمز له S^2) يكون

$$S^2 = \frac{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1} = \frac{\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n}}{n-1}$$

ويلاحظ ان القانون اعلاه هو لحساب تباين العينة ، اما اذا كانت قيم المشاهدات تمثل المجتمع كله فأن التباين (يرمز له في هذه الحالة S^2 Sigma-squary) ويحسب كما يلي

$$\sigma^2 = \frac{\sum(Y_i - M)^2}{N}$$

حيث ان M تمثل الوسط الحسابي للمجتمع

N تمثل عدد مفردات المجتمع

الانحراف القياسي S لعينة ما هو الجذر التربيعي لتباين تلك العينة

$$S=\sqrt{\frac{\sum(Y_i-\bar{Y})^2}{n-1}}$$

$$=\sqrt{\frac{\sum Y_i^2-\frac{(\sum Y_i)^2}{n}}{n-1}}$$

ويكون الانحراف القياسي للمجتمع σ هو

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(Y_i-M)^2}{N}}$$

مثـال

البيانات التالية تبين كمية المحصول/للقطعة (كغم) للقطن في خمس مزارع . احسب الانحراف القياسي والتباين لها $Y_i = 9 ، 8 ، 6 ، 5 ، 7$

الحـل

Y_i	$Y - \bar{Y}$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
٩	$9 - 7 = 2$	٤
٨	$8 - 7 = 1$	١
٦	$6 - 7 = 1$	١
٥	$5 - 7 = 2$	٤
٧	$7 - 7 = 0$	٠
$\sum Y_i = 35$ $\bar{Y} = 7$	٠	١٠

$$S = \sqrt{\frac{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$$

$$= 1.58$$

$$S^2 = 2.5$$

واجـب

للمثال السابق استخدم الصيغة الثانية لايجاد الانحراف القياسي .

البيانات المبوبة

اذا كانت Y_K ، .... ، Y_2 ، Y_1 تمثل مراكز الفئات في جدول التوزيع التكراري وان تكراراتها هي f_K ، .... ، f_2 ، f_1 على التوالي ، فأن الانحراف القياسي لها هو

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (Y_i - u)^2}{\sum f_i - 1}} \quad \text{..... (١)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum f_i Y_i^2 - \frac{(\sum f_i u_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i - 1}} \quad \text{..... (٢)}$$

مثـال

احسب الانحراف القياسي والتباين لجدول التوزيع التكراري التالي

الحـل

الفئـات	f_i	u_i	$(y_i - u)$	$(y_i - u)^2$
٦٠ – ٦٢	٥	٦١	- 6.45	41.6025
٦٣ – ٦٥	١٨	٦٤	- 3.45	11.9025
٦٦ – ٦٨	٤٢	٦٧	- 0.45	0.2025
٦٩ – ٧١	٢٧	٧٠	2.55	6.5025
٧٢ – ٧٤	٨	٧٣	5.5٥	30.8025
$\sum$	١٠٠			

$\sum f_i (Y_i - u)^2$ 208.0125 214.2450 8.5050

175.5675 246.4200 852.7500

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i (Y_i - u)^2}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{\frac{852.7500}{99}} = \sqrt{8.6} = 2.9$$

$$S^2 = \frac{852.7500}{99} = 8.6$$

واجـب

استخدم الصيغة رقم (٢) لايجاد التباين والانحراف القياسي

مقاييس التشتت النسبي

ان مقاييس التشتت النسبي لها اهميتها عند مقارنة تشتت مجموعتين او اكثر تختلف في وحدات القياس لقيمها ، لان مقاييس التشتت النسبي تكون خالية من وحدات القياس ، واهم مقاييس التشتت هي

١- معامل الاختلاف

اذا كان S ، $\bar{Y}$ هي الانحراف القياسي والوسط الحسابي لمجموعة من القيم على التوالي فأن معامل الاختلاف لها (ويرمز له C.V) هو

$$C.V = \frac{S}{\bar{Y}} * 100$$

مثـال

اجريت تجربة لدراسة طول النبات (سم) وكمية المحصول (كغم) لـ ١٥٠ نباتاً من الذرة ، فكانت النتائج كالآتي

	طـول	كمية المحصول
$\bar{Y}$	200	800
S	16	36

قارن بين تشتت الصفتين ؟

الحـل

$$C.V = \frac{S}{\bar{Y}} * 100$$

$C.V = \frac{16}{200} * 100 = 8\%$ بالنسبة للطول

$C.V = \frac{36}{800} * 100 = 4.5\%$ بالنسبة للكمية

أذن التشتت كان اكبر في صفة الطول .

الدرجة القياسية

تسمى القيمة Z_t الدرجة القياسية اذا كانت تساوي

$$Z_t = \frac{Y_i - \bar{Y}}{s}$$

ومن هذا يتضح بأن الدرجات القياسية خالية من الوحدات المستخدمة في القياس .

مثـال

حصل طالب على درجة (٨٤) في الامتحان النهائي بالرياضيات علماً بان الوسط الحسابي في امتحان الرياضيات لجميع الطلبة كان (٧٦) وبأنحراف قياسي قدره (١٠) ، اما في امتحان الفيزياء فقد حصل نفس الطالب على درجة (٩٠) حيث كان الوسط الحسابي في امتحان الفيزياء لجميع الطلبة (٨٢) والانحراف القياسي (١٦) ، ففي اي الامتحانين كانت قابلية هذا الطالب اعلى ؟

الحـل

عند مقارنة درجة الامتحانين مباشرة نجد ان درجته في الفيزياء (٩٠) اعلى من درجته في الرياضيات (٨٤)

$$Z_t = \frac{Y_i - \bar{Y}}{s}$$

$$Z_t = \frac{84-76}{10} = 0.8$$

$$Z_t = \frac{90-82}{16} = 0.5$$