وزارة التعليم العالي

والبحث العلمي

جامعة المستقبل

قسم المالية والمصرفية

مبادئ الاحصاء

المرحلة الاولى

المحاضرة الثانيه

الرموز الاحصائيه

اعداد

م.م علي حسين جابر

٢٠٢٤ ـ ٢٠٢٥

الرموز الاحصائية

١. رمز الجمع

ويعبر عنه $\sum$ ، ويمكننا التعبير عنه رياضياً كما يلي :

مجموع قيم Y مبتدأً من المشاهدة الاولى وحتى الاخيرة أي

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$$

وللسهولة يعبر عنه $\sum Y_i$

بعض الامثلة

١. المجموع الجزئي للمشاهدات ٥،٤،٣ هو

$$\sum_{i=1}^{3} Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

٢. مجموع مربعات لجميع المشاهدات بالرمز $\sum_{i=1}^{n} Y_i^2$ يساوي

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_n^2$$

أما مربع مجموع المشاهدات $(\sum_{i=1}^{n} Y_i)^2$

$$\left(\sum Y_i\right)^2 = (Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n)^2$$

حيث ان

$$\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i^2\right) \neq \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2$$

٣. مجموع حاصل ضرب قيم متغيرين X ، Y هو $\sum X_i \, Y_i$

$$\sum X_i Y_i = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \cdots + X_n Y_n$$

في حيث يرمز لحاصل ضرب مجموعتين لقيم متغيرين هو

$$\left(\sum X_i\right)\left(\sum Y_i\right) = (X_1 + X_2 + \cdots + X_n)(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n)$$

حيث ان $(\sum X_i)(\sum Y_i) \neq \sum X_i Y_i$

مــثال

نفرض بأن قيم المتغير Y هي كالآتي

$Y_i = 3،9،6،٢$

وان قيم المتغير X هي

$X = 4،2،3،7$

أوجد $\sum_{i=1}^{4} Y_i^2$ ، $\sum_{i=1}^{3} Y_i$ ، $\sum_{i=1}^{n} Y_i$ ، $(\sum Y_i)^2$ ، $\sum X_i Y_i$ ، $(\sum X_i)(\sum Y_i)$

الحــل

a) $\sum \boldsymbol{Y_i} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4$

=٣+٩+٦+٢

= 20

b) $\sum_{i=2}^{3} \boldsymbol{Y_i} =$

$Y_2 + Y_3$

٩ + ٦ =١٥

=

c) $\sum \boldsymbol{Y_i}^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2$

=٣+٩+٦+٢

=٩+٨١+٣٦+٤

= 130

d)$(\sum \boldsymbol{Y_i})^2 = (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)^2$

=(٣+٩+٦+٢)

=(٢٠)٢

=(٤٠٠)

e) $\sum \boldsymbol{X_i Y_i} = X_1Y_1 + X_2Y_2 + X_3Y_3 + X_4Y_4$

=(٤)(٣) + (٢)(٩)+ (٣)(٦)+(٧)(٢)

=١٢+١٨+١٨+١٤

=٦٢

f) $(\sum \boldsymbol{X})\ (\sum \boldsymbol{Y})$

=$(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)$

=(٤,٢،٣،٧)(٣،٩،٦،١)

=(١٦)(٢٠)

= ٣٢٠

بعض القواعد المفيدة في عملية الجمع

١. اذا كانت (C) اي عدد ثابت فأن

$$\sum_{i=1}^{n} C = n.c$$

البرهان

$$\sum_{i=1}^{n} C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

٢. اذا كانت (C) اي عدد ثابت فأن

$$\sum CY_i = C \sum Y_i$$

البرهان

$$\sum CY_i = CY_1 + CY_2 + \cdots + CY_n$$

$$= C(Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n)$$

$$= C \sum Y_i$$

٣. جمع قيم متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم اي ان

$$\sum (X_i + Y_{i)} = \sum X_i + \sum Y_i$$

البرهان

$$\sum (X_i + Y_{i)} = (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + \cdots + (X_n + Y_1)$$

$$= (X_1 + \mathrm{X}_2 + \cdots + \mathrm{X}_n) + (Y_1 + Y_2 + \cdots + \mathrm{Y}_n)$$

$$= \sum_{1}^{n} X_i + \sum_{1}^{n} Y_i$$

وهنا يجب التفريق بين بعض الرموز الاحصائية وكالتالي :

1. $\sum = \frac{X_i}{Y_i} = \frac{X_1}{Y_1} + \frac{X_2}{Y_2} + \cdots + \frac{X_n}{Y_n}$

2. $\frac{\sum X_i}{\sum Y_i} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n}$

3. $\sum (X_i - 3) = \sum X_i - n(3)$

وانها تختلف عن $\sum X_i - 3$

مثـــال

اذا علمت بأن قيم كل من المتغيرين X , Y هي كالآتي :

$X_i = 2,6,3,1$

$Y_i = 3,9,6,2$

أوجد قيمة كل مما يأتي :

1. $\sum (Y_i - X_i)^2$
2. $\sum (X_i - 3)(Y_i - 5)$
3. $\sum X_i Y_i^2$
4. $\sum (Y_i - 3)$
5. $\sum Y_i - 3$
6. $\sum \frac{X_i + 2}{Y_i}$
7. $\frac{\sum (X_i + 2)}{\sum Y_i}$
8. $\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n}$
9. $\sum X_i Y_i - \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{n}$

الحـل

$$\mathbf{1.}\ \sum (\boldsymbol{Y_i} - \boldsymbol{X_i})^{\mathbf{2}} = (Y_1 - X_1)^2 + (Y_2 - X_2)^2 + \cdots + (Y_n - X_n)^2$$

$$= (3-2)^2 + (9-6)^2 + (6-3)^2 + (2-1)^2$$

$$= 1^2 + 3^2 + 3^2 + 1^2$$

$$=$$

$$20$$

أو

$$\sum (Y_i - X_i)^2 = \sum ({Y_i}^2 - 2X_iY_i + {X_i}^2)$$

$$= \sum {Y_i}^2 - 2\sum X_iY_i + \sum {X_i}^2$$

$$= (3+9+6+2)^2 - 2(2+6+3+1)(3+9+6+2) + \cdots$$

أكمل الباقي من الطلاب

$$\mathbf{2.} \sum (\boldsymbol{X_i} - \mathbf{3})(\boldsymbol{Y_i} - \mathbf{5})$$

$$= (X_1 - 3)(Y_1 - 5) + (X_2 - 3)(Y_2 - 5) + (X_3 - 3)(Y_3 - 5) + (X_4 - 3)(Y_4 - 5)$$

$$= (2-3)(3-5) + (6-3)(9-5) + (3-3)(6-5) + (1-3)(2-5)$$

$$= (-1)(-2) + (3)(4) + 0(1) + (-2)(-3)$$

$$= 2 + 12 + 0 + 6$$

$= 20$

أو

$\sum (X_i - 3)(Y_i - 5)$

$= \sum (X_i Y_i - 5X_i - 3\,Y_i + 15)$

$= \sum X_i Y_i - 5\sum X_i - 3\sum Y_i + 4(15)$

$= 80 - 5(12) - 3(20) + 60$

$= 20$

3. $\sum \boldsymbol{X_i Y_i}^{\mathbf{2}} = X_1 {Y_1}^2 + X_2 {Y_2}^2 + X_3 {Y_3}^2 + X_4 {Y_4}^2$

$= 2(3)^2 + 6(9)^2 + 3(6)^2 + 1(2)^2$

$= 616$

4. $\sum (\boldsymbol{Y_i} - \mathbf{3}) = \sum Y_i - \sum (3)$

$= \sum Y_i - 4(3)$

$= (3 + 9 + 6 + 2) - 12$

$= 20 - 12 = 8$

5. $\sum \boldsymbol{Y_i} - \mathbf{3} = 20 - 3 = 17$

$$\mathbf{6.}\ \sum \frac{\boldsymbol{X_i + 2}}{\boldsymbol{Y_i}} = \frac{X_1 + 2}{Y_1} + \frac{X_2 + 2}{Y_2} + \frac{X_3 + 2}{Y_3} + \frac{X_4 + 2}{Y_4}$$

$$= \frac{2+2}{3} + \frac{6+2}{9} + \frac{3+2}{6} + \frac{1+2}{2}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{8}{9} + \frac{5}{6} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{164}{36}$$

$$\mathbf{7.}\quad \frac{\sum(\boldsymbol{X_i} + \mathbf{2})}{\sum \boldsymbol{Y_i}} = \frac{\sum X_i + (n)(2)}{\sum Y_i}$$

$$= \frac{12 + 8}{20} = 1$$

$$\mathbf{8.}\ \sum \boldsymbol{Y_i}^{\mathbf{2}} - \frac{(\sum \boldsymbol{Y_i})^{\mathbf{2}}}{\mathbf{n}} = \left({Y_1}^2 + {Y_2}^2 + {Y_3}^2 + {Y_4}^2\right) - \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4}{4}$$

$$= 3^2 + 9^2 + 6^2 + 2^2 - \frac{(3 + 9 + 6 + 2)}{4}$$

$$= 130 + \frac{(20)^2}{4} = 130 - 100 = 30$$

$$\mathbf{9.}\ \sum \boldsymbol{X_i Y_i} - \frac{(\sum \boldsymbol{X_i})(\sum \boldsymbol{Y_i})}{\mathbf{n}}$$

$$= X_1Y_1 + X_2Y_2 + X_3Y_3 + X_4Y_4 - \frac{(\sum X_i)(\sum Y_i)}{\mathrm{n}}$$

$$= 2(3) + 6(9) + 3(6) + 1(2) - \frac{(12)(20)}{4}$$

$$= 80 - \frac{(12)(20)}{4}$$

$$= 20$$