3. Matrices المصفوفات

المصفوفة: وهي مجموعة من العناصر المرتبة في m من الصفوف و n من الاعمدة كما ان شكل المصفوفة ممكن ان يكون مربع او مستطيل ولا قيمة لها.

The general form of matrix:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots\dots & a_{1j} & \dots\dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \dots\dots & \vdots & \dots\dots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots\dots & a_{ij} & \dots\dots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \dots\dots & \vdots & \dots\dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots\dots & a_{mj} & \dots\dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

where:

m: number of rows

i: row number

n: number of columns

j: column number

4. Matrices of Types أنواع المصفوفات

a) Square Matrix: when $m = n \; or \; i = j$

$$A_{n\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots\dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots\dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots\dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots\dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

For Example:

$$A_{3\times3} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} , \quad A_{2\times2} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Diagonal Matrix: is a square matrix all elements are equal zero except elements of the main diagonal (when $a_{i1} = 0 \;\; in \; all \; caces \; i \neq j$).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}$$

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ etc.$$

c) Unit Matrix: is a square matrix which elements of the main diagonal are one and other elements are zero denoted by I.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \ or \ \ A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

d) Symmetric Matrix: when $a_{ij} = a_{ji}$

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} a_{12} = a_{21} = 2 \\ a_{13} = a_{31} = 6 \\ a_{23} = a_{32} = 1 \end{Bmatrix} \quad \therefore \text{Symmetric Matrix}$$

e) Skew Symmetric Matrix: when $a_{ij} = -a_{ji}$

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 6 \\ -2 & 5 & 1 \\ -6 & -1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} a_{12} = -a_{21} \\ a_{13} = -a_{31} \\ a_{23} = -a_{32} \end{Bmatrix} \quad \therefore \text{Skew Symmetric Matrix}$$

f) Null Matrix (Zero Matrix):

عندما تكون جميع العناصر في المصفوفة تساوي صفر

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

g) Upper Triangular Matrix

عندما تكون العناصر أسفل القطر الرئيسي تساوي صفر.

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 5 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

h) Lower Triangular Matrix

عندما تكون العناصر فوق القطر الرئيسي تساوي صفر.

For Example:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$