2. Properties of Determinants خصائص المحددات

1. **عند استبدال الصفوف بالأعمدة او عند استبدال الاعمدة بالصفوف لا تتغير قيمة المحدد.**

For Example: $\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{matrix} = 6 + 8 - 30 - 20 - 9 + 8 = -37$$

هنا قمنا باستبدال الصفوف بالاعمدة.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \\ 5 & -1 \end{matrix} = 6 + 8 - 30 - 20 - 9 + 8 = -37$$

2. **إذا ضرب جميع العناصر لصف ما (او عمود) لمحدد معين بثابت k فان قيمة المحدد الجديد = k مضروب بقيمة المحدد الأصلي.**

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad \rightarrow$$

$$k \times \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & k\,b & c \\ d & k\,e & f \\ g & k\,h & i \end{vmatrix}$$

For Example: Find $\boldsymbol{A} = -2 \times \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{vmatrix}$

$$-2 \times \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} = -2 \times -37 = 74$$

سنقوم بضرب عناصر العمود الثاني بقيمة الثابت (-2) ونلاحظ الفرق:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 4 \\ 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{matrix} = -12 - 16 + 60 + 40 + 18 - 16 = 74$$

3. إذا استبدلنا عناصر صف بصف اخر (او عمود بعمود اخر) لمحدد ما فان قيمة المحدد الجديد تساوي (-1) في قيمة المحدد المعطى (المحدد الأصلي).

For Example: $\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{vmatrix} = \mathbf{-37}$

عند استبدال عناصر الصف الأول بعناصر الصف الثاني:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{matrix} = 37 = (-1 \times -37)$$

عند استبدال عناصر العمود الأول بعناصر العمود الثاني:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{matrix} = 37 = (-1 \times -37)$$

4. إذا كانت جميع العناصر في صف ما او عمود ما تساوي (0) فقيمة المحدد تساوي (0).

For Example:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & -2 \\ 0 & 0 \\ 4 & -3 \end{matrix} = 0$$

5. إذا كانت العناصر المتقابلة لأي صفين او عمودين متساوية فان قيمة المحدد تساوي (0).

For Example:

$$\begin{vmatrix} -4 & -4 & 2 \\ 3 & 3 & -5 \\ -4 & -4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

لان عناصر العمود الأول والثاني متساوية

6. إذا كانت جميع العناصر المتقابلة لأي صفين او عمودين متناسبة فان المحدد يساوي (0).

For Example:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 10 & 5 \\ 3 & 6 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2(1) & 4 \\ 5 & 2(5) & 5 \\ 3 & 2(3) & 4 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 5 & 5 & 5 \\ 3 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 0 = 0$$

7. إذا أضيفت الى عناصر صف ما (او عمود ما) لعناصر أي صف اخر (او عمود اخر) مضروبة بثابت معين فان قيمة المحدد لا تتغير.

تستخدم هذه الخاصية في تبسيط المحدد عن طريق اختيار مناسب للثابت للحصول على أكبر عدد من (0)، حيث يمكن إضافية أي سطر الى سطر اخر او أي عمود الى عمود اخر.

For Example: $\boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-3} & \mathbf{2} \end{vmatrix} = \mathbf{-37}$

سنقوم بإضافة الصف الثاني على الصف الأول بعد ضرب الصف الثاني في (2).

$$r_2 \times 2 + r_1 \quad \rightarrow \quad \begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 2 \end{vmatrix} \quad \rightarrow$$

$$r_2 \times 3 + r_3 \quad \rightarrow \quad \begin{vmatrix} 7 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 10 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 7 & 0 \\ 2 & 1 \\ 10 & 0 \end{matrix} = -7 - 30 = -37$$