Al-Mustaqbal University
Department: Medical Instrumentation Techniques Engineering
Class: 1st
Subject: Mechanics
Lecturer: Lec. Hameed Nida Al-Faris
1st term / Lecture: Forces on particle

Engineering Mechanics (Statics)

First Part

Forces on particle

المحاضرة 2

Contents المحتويات

Introduction	مقدمة
Forces on particle	القوى على جسيم
Forces Equilibrium on particle	اتزان القوى على جسيم
Forces on rigid body	القوى على جسم
Forces Equilibrium on rigid body	اتزان القوى على جسم
Structural Analysis	تحليل المنشآت
Friction	الاحتكاك

Outlines الإطار العام

Forces on particle: القوى على جسيم

- Quantities
- Vector Operations
- Vector Addition of Forces
- Addition of a System of Coplanar Forces
- Cartesian Vectors
- Position Vector
- Force Vector Directed Along a Line
- Dot Product

- الكميات
- عمليات علي المتجهات
- جمع القوى إتجاهيا
- جمع مجموعة قوى مستوية
- المتجهات الكارتيزية
- متجه الموضع
- متجه قوة في اتجاه خط
- الضرب القياسي

Quantities الكميات

Quantities الكميات

Vector Quantities

الكميات المتجهة

Scalar Quantities

الكميات القياسية

1) Scalar Quantities: الكميات القياسية

- A scalar Is any positive or negative physical quantity that has magnitude only.

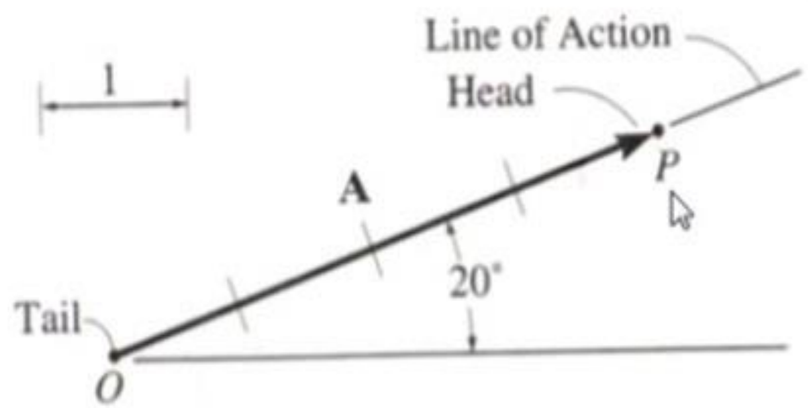
✓ هي الكميات التي يكفي لتوصيفها معرفة قيمتها فقط

- Examples length, mass, and time

✓ مثال: الطول ، الكتلة ، الزمن

2) Vector Quantities: الكميات المتجهة

- **A vector Is a quantity that possesses magnitude and direction.**



✓ هي الكميات التي يلزم لتوصيفها معرفة قيمتها واتجاهها.

- **Examples force, displacement, and acceleration**

✓ مثال : القوة ، الإزاحة ، التعجيل

Vector Operations عمليات على المتجهات

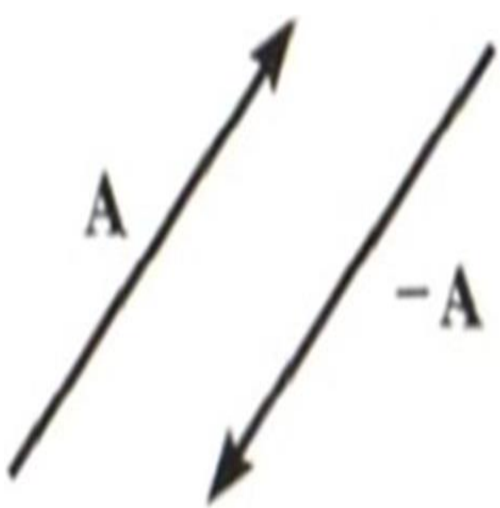
- Multiplication and Division of a Vector by a Scalar
ضرب وقسمة كمية متجهة في كمية قياسية

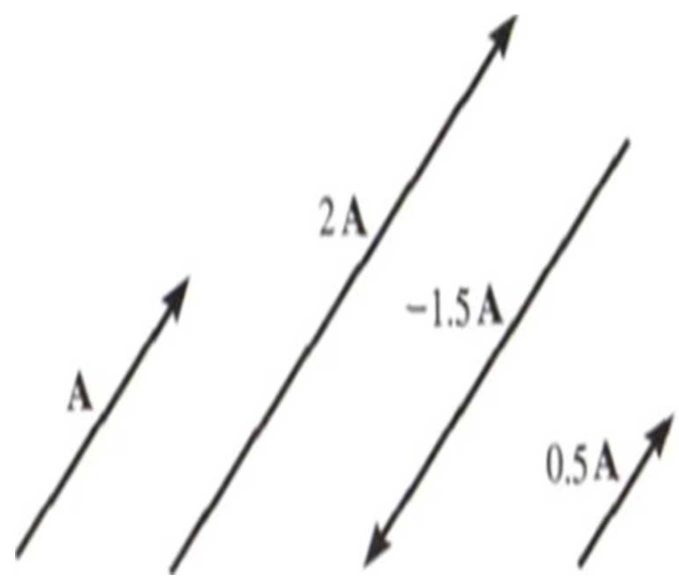
- Vector Addition الجمع الاتجاهي

- Vector Subtraction الطرح الاتجاهي

Multiplication and Division of a Vector by a Scalar. If a vector is multiplied by a positive scalar, its magnitude is increased by that amount. Multiplying by a negative scalar will also change the directional sense of the vector. Graphic examples of these operations are shown in Fig. 2–2.

ضرب وقسمة كمية متجهة بكمية قياسية : اذا ضربت كمية متجهة بكمية قياسية موجبة فان قيمتها تزداد وضربها بكمية قياسية سالبة سيؤدي الى تغير اتجاه الكمية الاتجاهية كما موضح بالأمثلة التخطيطية في الشكل





Vector Addition الجمع الإتجاهي

Vector Addition. When adding two vectors together it is important to account for both their magnitudes and their directions. To do this we must use the ***parallelogram law of addition***. To illustrate, the two ***component vectors*** **A** and **B** in Fig. 2–3*a* are added to form a ***resultant vector*** **R** = **A** + **B** using the following procedure:

- First join the tails of the components at a point to make them concurrent, Fig. 2–3*b*.
- From the head of **B**, draw a line parallel to **A**. Draw another line from the head of **A** that is parallel to **B**. These two lines intersect at point *P* to form the adjacent sides of a parallelogram.
- The diagonal of this parallelogram that extends to *P* forms **R**, which then represents the resultant vector **R** = **A** + **B**, Fig. 2–3*c*.

لجمع متجهين يجب حساب القيمة والاتجاه وذلك باستخدام قانون متوازي الاضلاع كما مبين في الشكل (2-3) لجمع المتجهين A و B باتباع الخطوات التالية :

- اولا صل نهايتي المركبتين في نقطة.
- من رأس B ارسم خط يوازي A ومن رأس A ارسم خط يوازي B سيتقاطع الخطان في نقطة P ليتشكل متوازي مستطيلات.
- قطر متوازي المستطيلات الممتد الى P يشكل R وهي تمثل محصلة المتجهين.

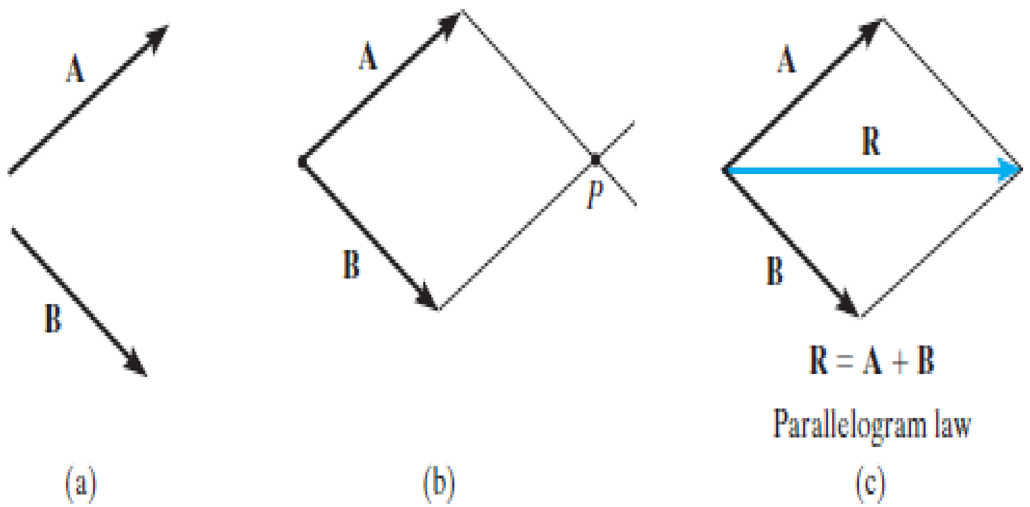


Fig. 2–3

We can also add **B** to **A**, Fig. 2–4*a*, using the ***triangle rule***, which is a special case of the parallelogram law, whereby vector **B** is added to vector **A** in a "head-to-tail" fashion, i.e., by connecting the head of **A** to the tail of **B**, Fig. 2–4*b*. The resultant **R** extends from the tail of **A** to the head of **B**. In a similar manner, **R** can also be obtained by adding **A** to **B**, Fig. 2–4*c*. By comparison, it is seen that vector addition is commutative; in other words, the vectors can be added in either order, i.e., **R** = **A** + **B** = **B** + **A**.

كما يمكن اضافة B الى A كما في الشكل (2-4) باستخدام قاعدة المثلث والتي هي حالة خاصة من قانون متوازي المستطيلات وذلك بإضافة المتجه B الى المتجه A بتوصيل رأس احدهما بذنب الآخر والمحصلة هي R الممتدة من ذنب الاول الى رأس الآخر:

R = A + B = B + A

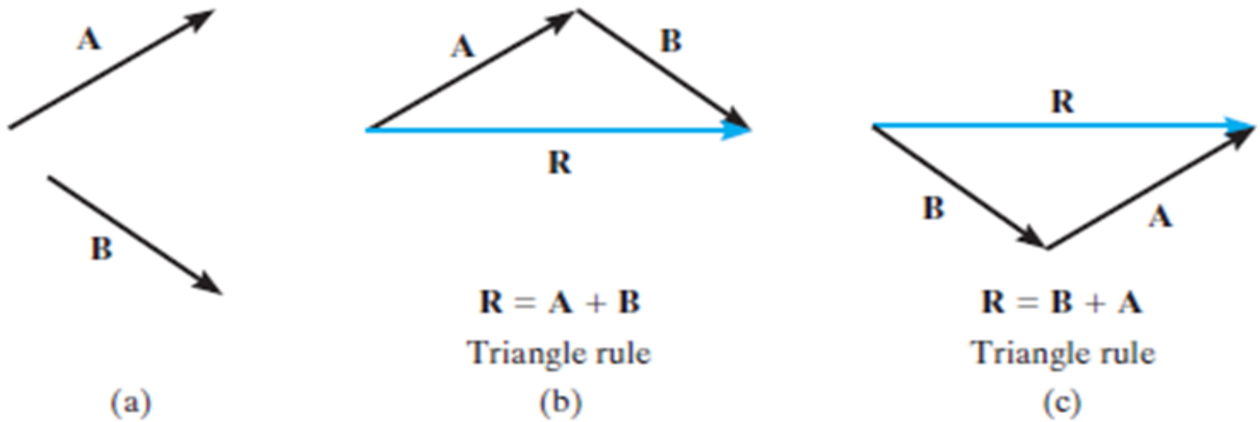
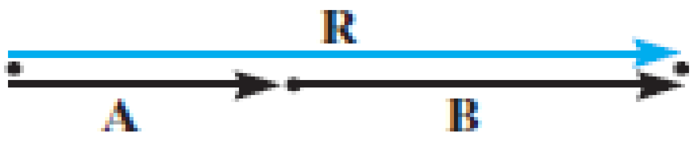


Fig. 2–4

As a special case, if the two vectors **A** and **B** are *collinear*, i.e., both have the same line of action, the parallelogram law reduces to an *algebraic* or *scalar addition* $R = A + B$, as shown in Fig. 2–5.

كحالة خاصة اذا كان المتجهان A و B على امتداد واحد اي ان لهما نفس خط التأثير فان قانون متوازي المستطيلات يختصر الى جمع جبري او اتجاهي كما في الشكل (2-5) :

R = A + B



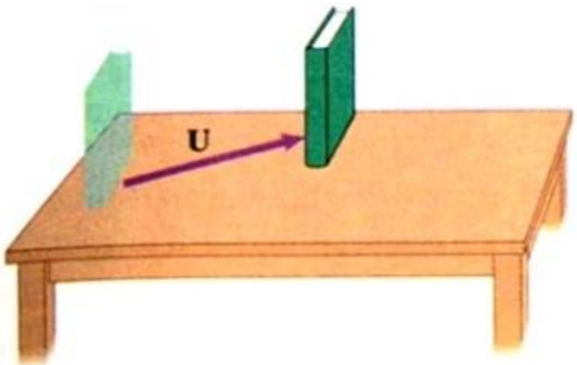
$R = A + B$

Addition of collinear vectors

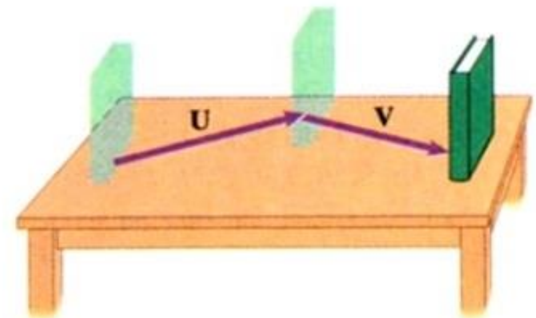
Fig. 2–5

Vector Operations

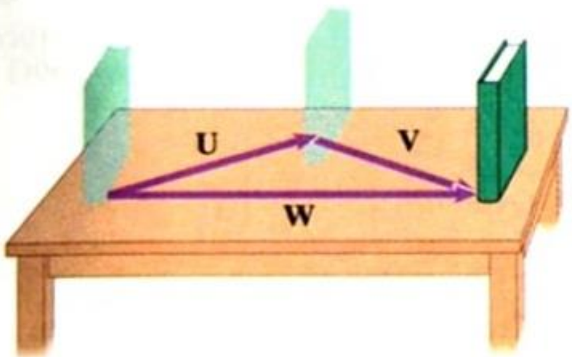
عمليات على المتجهات



(a)

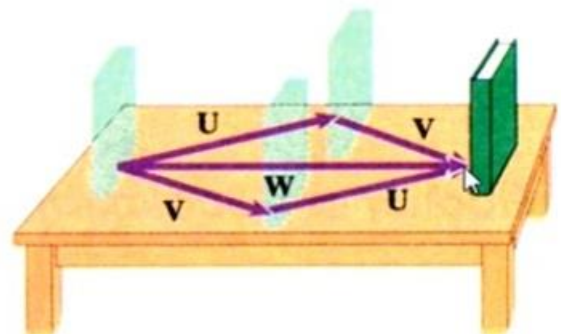


(b)



(c)

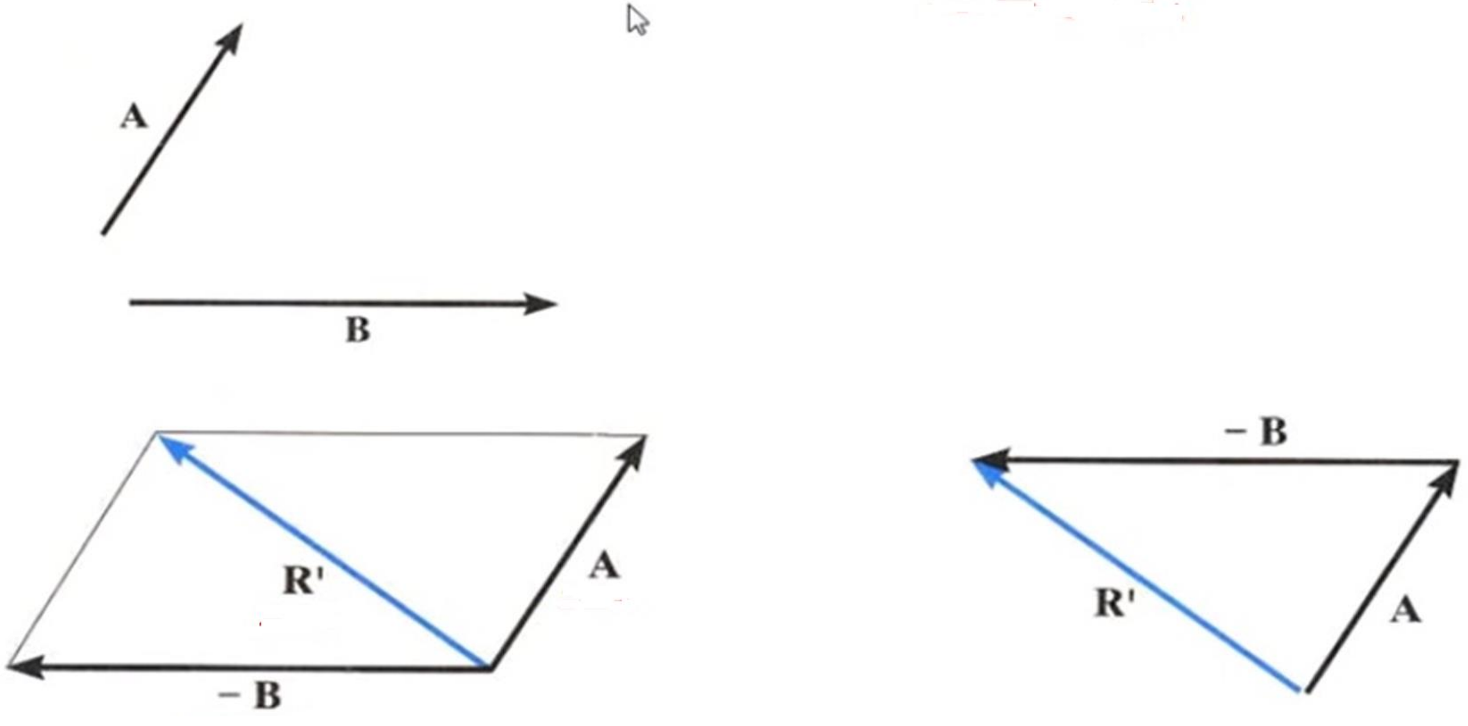
$$u + v = v + u$$



(d)

Vector Subtraction الطرح الإتجاهي

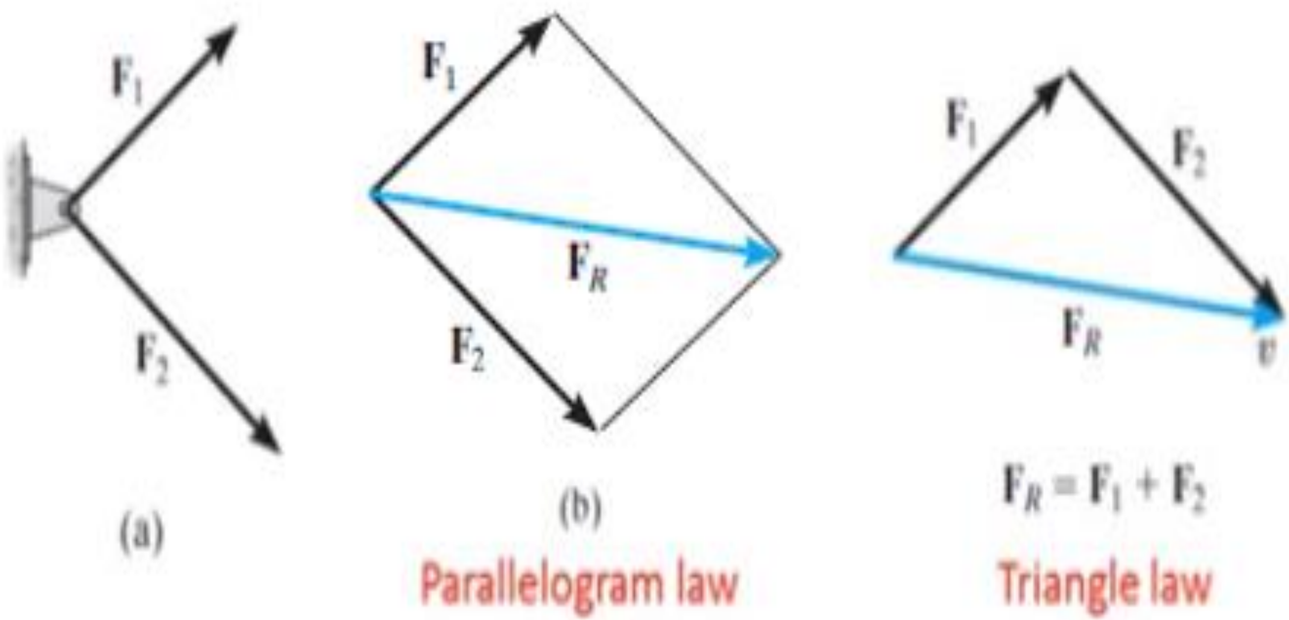
$$R' = A - B = A + (-B)$$



Vector Addition of Forces جمع القوى اتجاهيا

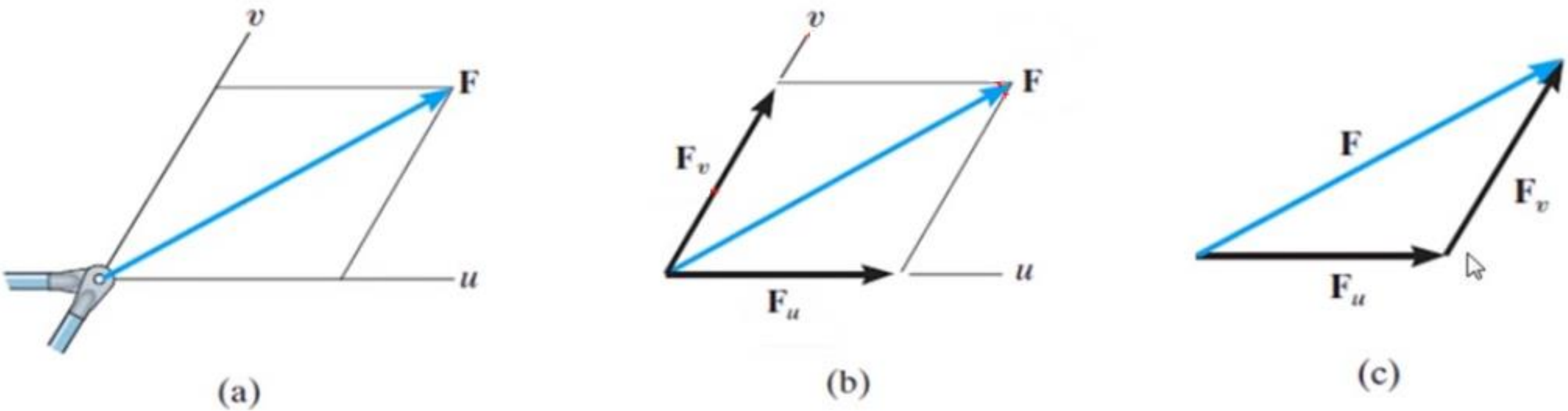
- **Finding a Resultant Force** إيجاد محصلة القوى
- **Finding the Components of a Force** إيجاد مركبات القوى
- **Addition of Several Forces** جمع عدة قوى

► Finding a Resultant Force إيجاد محصلة القوى



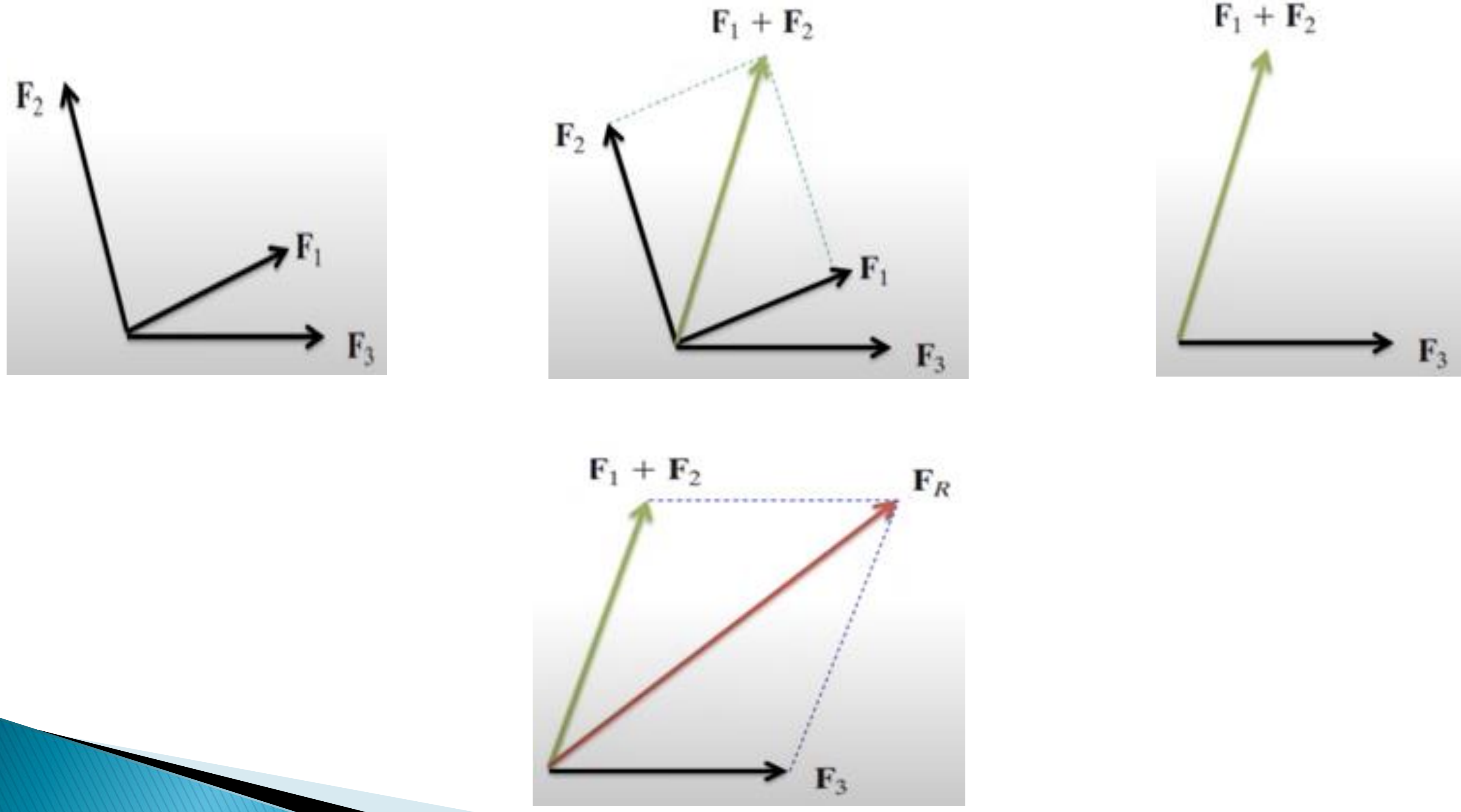
Resultant of the two forces acting on the hook.

► Finding the Components of a Force إيجاد مركبات القوى

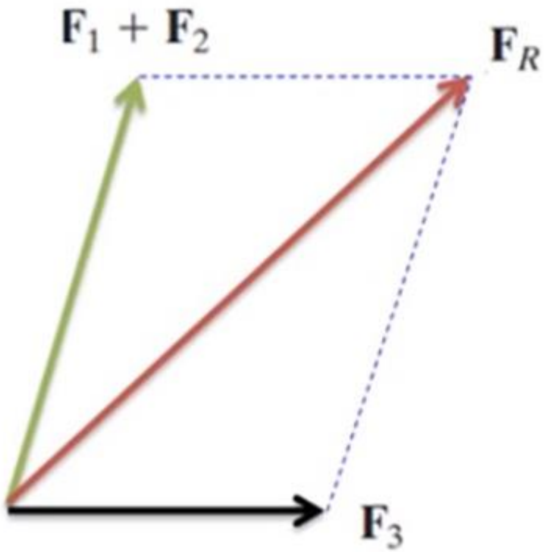


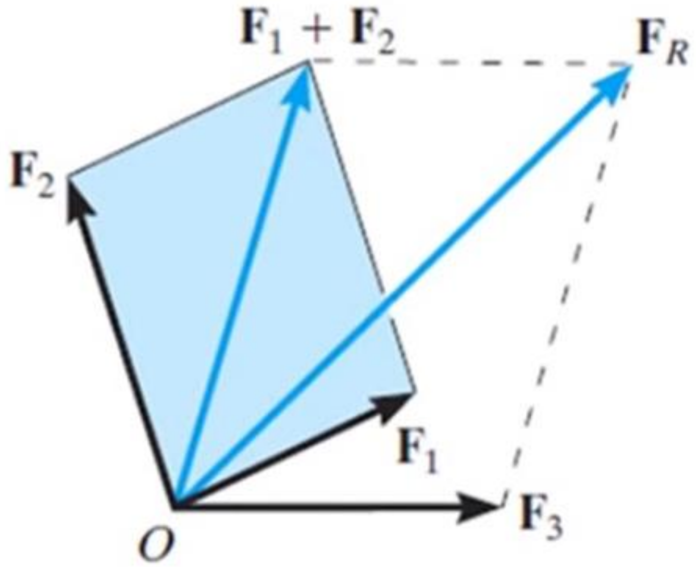
► Addition of Several Forces جمع عدة قوى

$$F_R = (F_1 + F_2) + F_3$$



$$\mathbf{F}_R = (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2) + \mathbf{F}_3$$





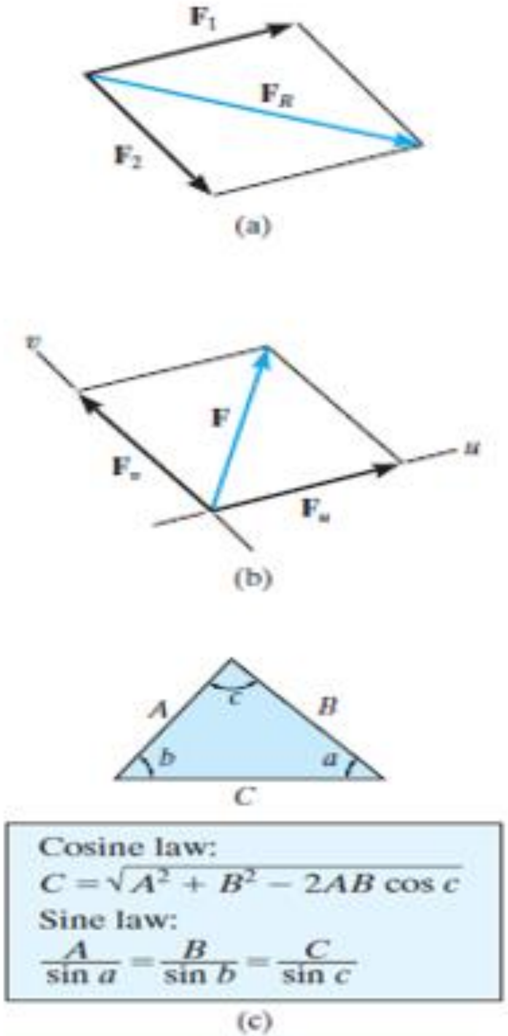


Fig. 2–10

Procedure for Analysis

Problems that involve the addition of two forces can be solved as follows:

Parallelogram Law. قانون متوازي المستطيلات

- Two "component" forces $\mathbf{F}_1$ and $\mathbf{F}_2$ in Fig. 2–10*a* add according to the parallelogram law, yielding a *resultant* force $\mathbf{F}_R$ that forms the diagonal of the parallelogram.
- If a force $\mathbf{F}$ is to be resolved into *components* along two axes u and v, Fig. 2–10*b*, then start at the head of force $\mathbf{F}$ and construct lines parallel to the axes, thereby forming the parallelogram. The sides of the parallelogram represent the components, $\mathbf{F}_u$ and $\mathbf{F}_v$.
- Label all the known and unknown force magnitudes and the angles on the sketch and identify the two unknowns as the magnitude and direction of $\mathbf{F}_R$, or the magnitudes of its components.

Trigonometry. علم المثلثات

- Redraw a half portion of the parallelogram to illustrate the triangular head-to-tail addition of the components.
- From this triangle, the magnitude of the resultant force can be determined using the law of cosines, and its direction is determined from the law of sines. The magnitudes of two force components are determined from the law of sines. The formulas are given in Fig. 2–10*c*.

طريقة التحليل

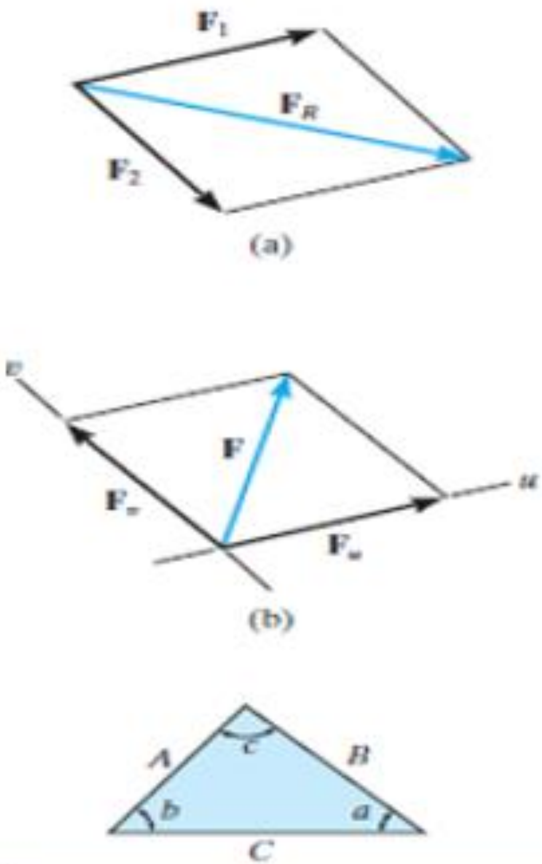
المسائل التي تتضمن جمع قوتين يمكن حلها كما يلي :

قانون متوازي المستطيلات:

- المركبتان F2,F1 في الشكل (a10-2) يتم جمعهما طبقا لقانون متوازي المستطيلات حيث تكون المحصلة (F_R) هي التي تشكل قطر متوازي المستطيلات.
- اذا كان مطلوب تحليل القوة F الى مركبتين باتجاه المحورين v , u (شكل b10-2) فتكون البداية من راس القوة F حيث ترسم خطوط موازية للمحورين وبذلك يتم تشكيل متوازي مستطيلات ، ويكون جانبي متوازي المستطيلات يمثلان المركبتين F_u , F_v .
- ضع قيم جميع القوى المعلومة واسماء القوى المجهولة والزوايا على المخطط ثم حدد قيم واتجاهات القوى المجهولة مثل المحصلة (F_R) او قيم المركبات .

علم المثلثات:

- اعد رسم نصف متوازي المستطيلات لتوضيح المركبات والمحصلة على شكل مثلث.
- من هذا المثلث يمكن حساب مقدار المحصلة باستخدام قانون الجيب تمام واتجاهها باستخدام قانون الجيب ، كما ان قيم المركبات يمكن ايجادها باستخدام قانون الجيب من خلال العلاقات المعطاة في الشكل (c10-2)



Cosine law:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos c}$$

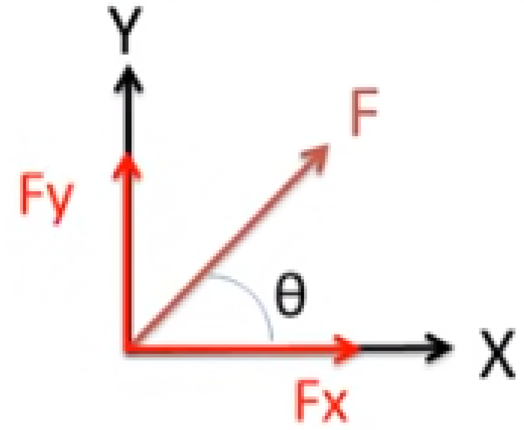
Sine law:

$$\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$$

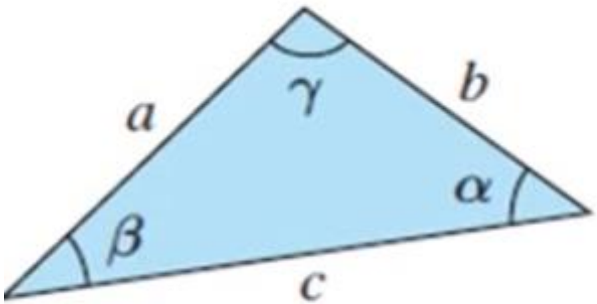
Fig. 2–10

For Remember للتذكير

$$F_x = F \cos \theta$$
$$F_y = F \sin \theta$$



Law of sines	$\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$
Law of cosines	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

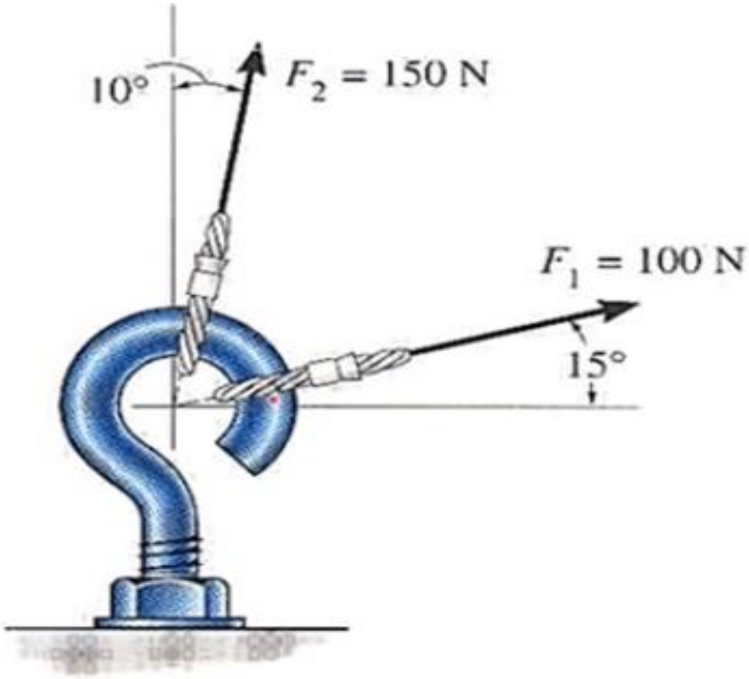


Examples   أمثلة

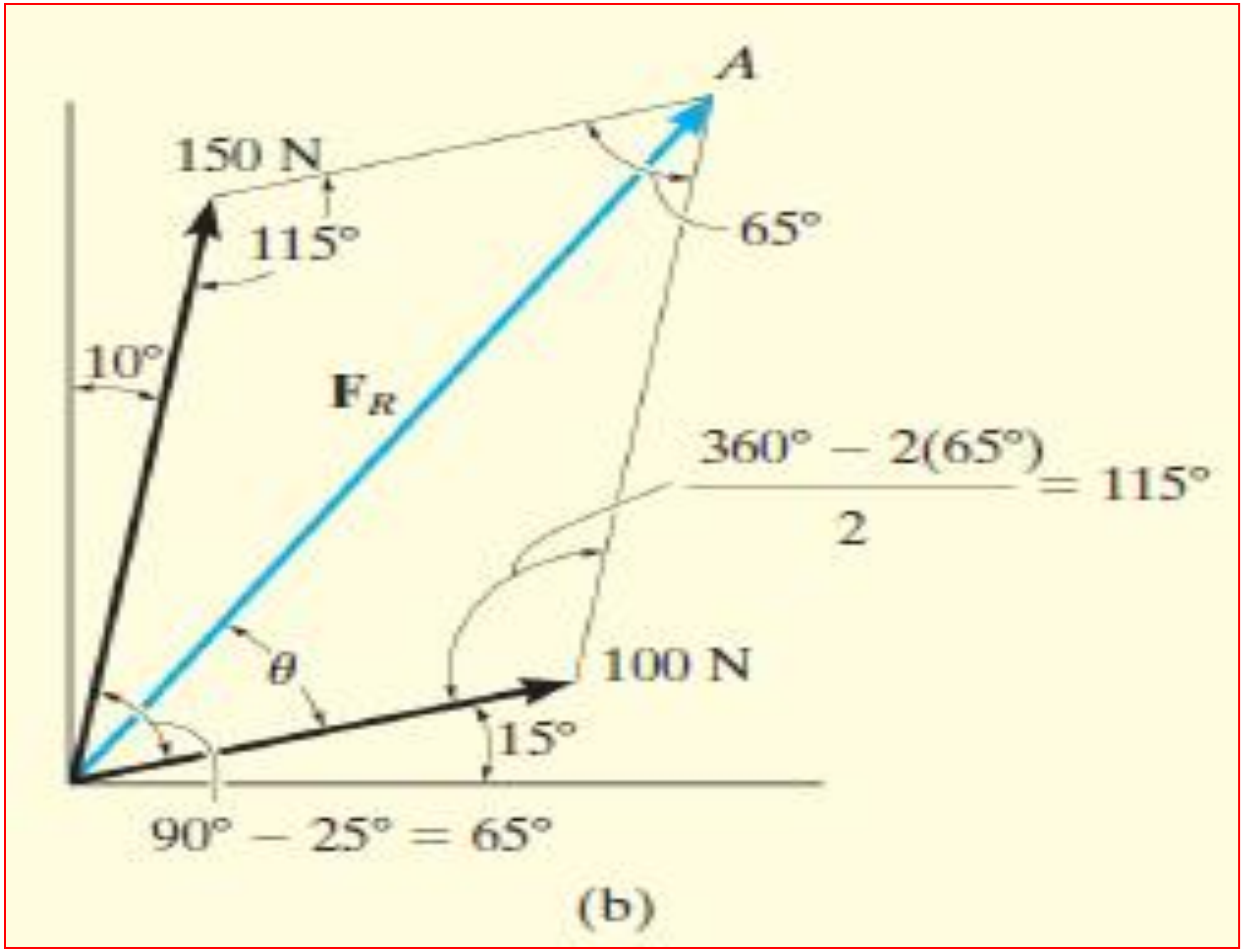
Example (1):

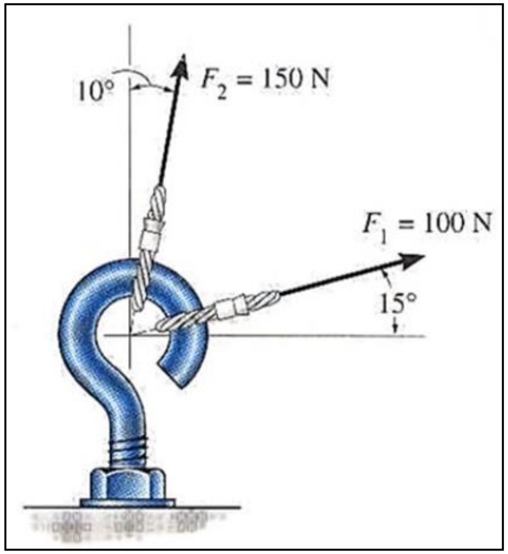
The screw eye in Figure Is subjected to two forces, F_1 and F_2. Determine the magnitude and direction of the resultant force.

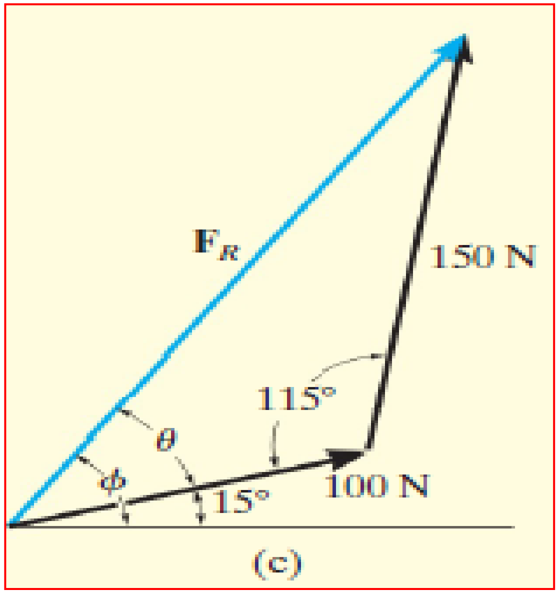
مثال(1):
البرغي الموضح في الشكل يتعرض الى قوتين F2 , F1. احسب مقدار واتجاه محصلة القوتين.



Solution:


A
150 N
115°
65°
10°
F_R
$\frac{360° - 2(65°)}{2} = 115°$
θ
100 N
15°
90° − 25° = 65°
(b)


10°
F_2 = 150 N
F_1 = 100 N
15°


F_R
150 N
115°
θ
ϕ
15°
100 N
(c)

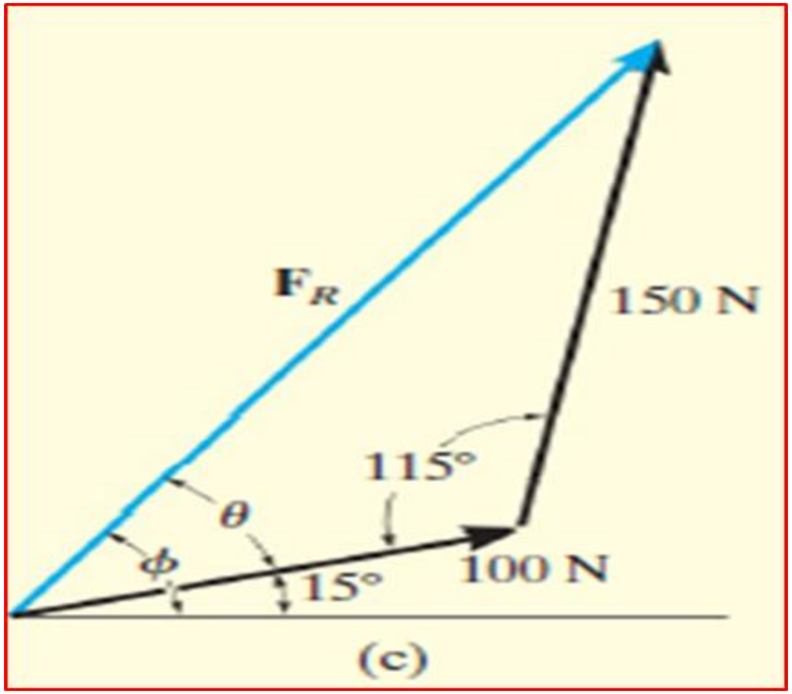
$$F_R = \sqrt{(100\text{ N})^2 + (150\text{ N})^2 - 2(100\text{ N})(150\text{ N})\cos 115^\circ}$$

قانون COS

$$= \sqrt{10\,000 + 22\,500 - 30\,000(-0.4226)} = 212.6\text{ N}$$
$$= 213\text{ N}$$

$$\frac{150\text{ N}}{\sin\theta} = \frac{212.6\text{ N}}{\sin 115^\circ}$$

قانون SIN



$$\sin\theta = \frac{150\text{ N}}{212.6\text{ N}}(0.9063)$$
$$\theta = 39.8^\circ$$

$$\phi = 39.8^\circ + 15.0^\circ = 54.8^\circ \quad \measuredangle^{\phi}$$

Example (2):
Resolve the 200 N force shown acting on the pin Into components In the (a) X and Y directions, and

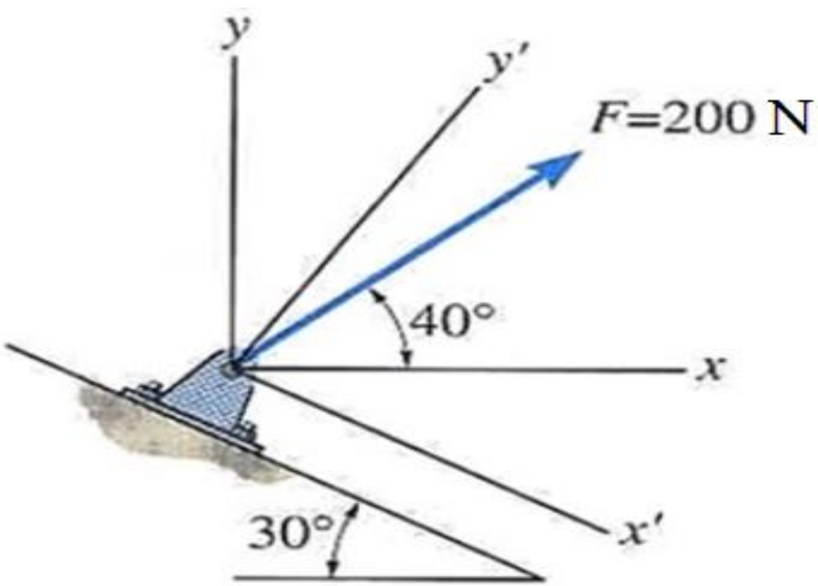
(b) x' and Y directions.

مثال(2):

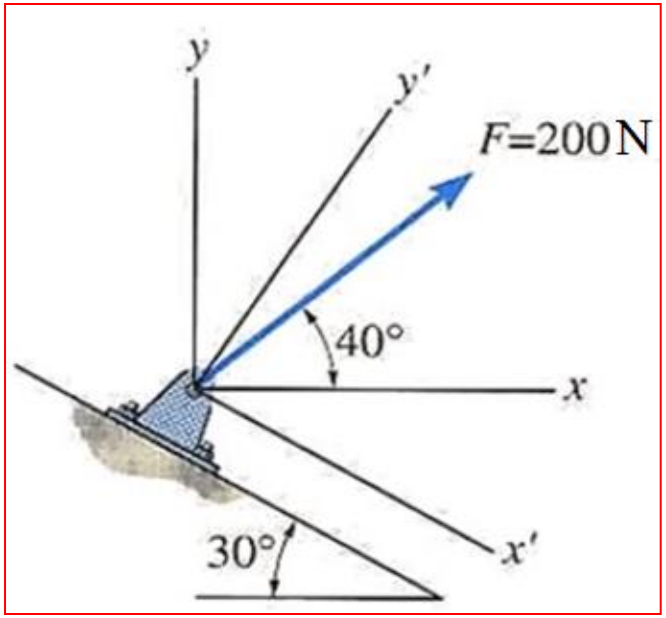
حلل القوة 200 نيوتن المبينة بالشكل إلى مركبتين:

أ- في اتجاه المحورين (X, Y)

ب - في اتجاه المحورين (X′,Y)

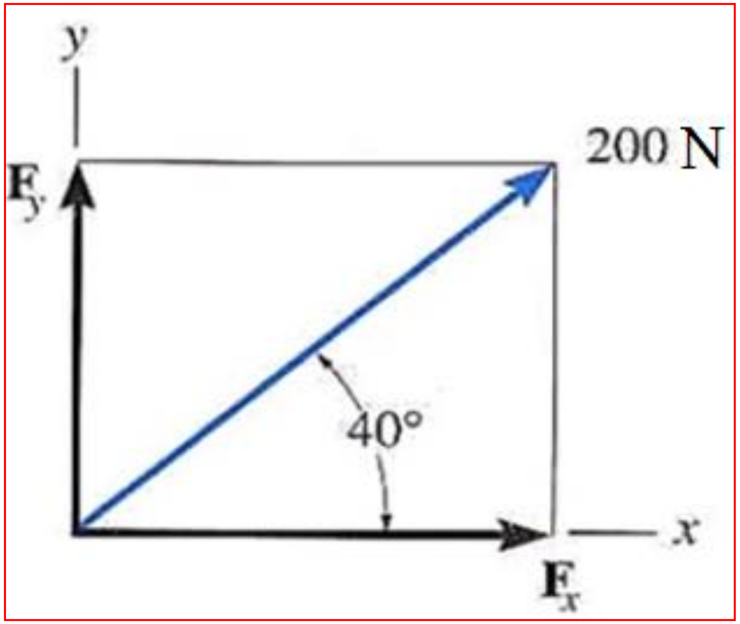


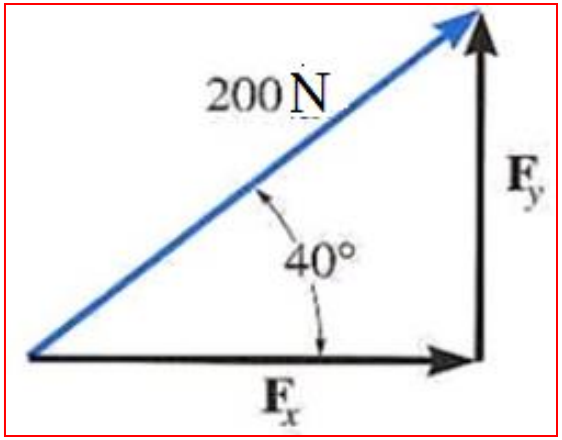
Solution:



$$F_x = 200\ Cos\ 40 = 153.2\ N$$

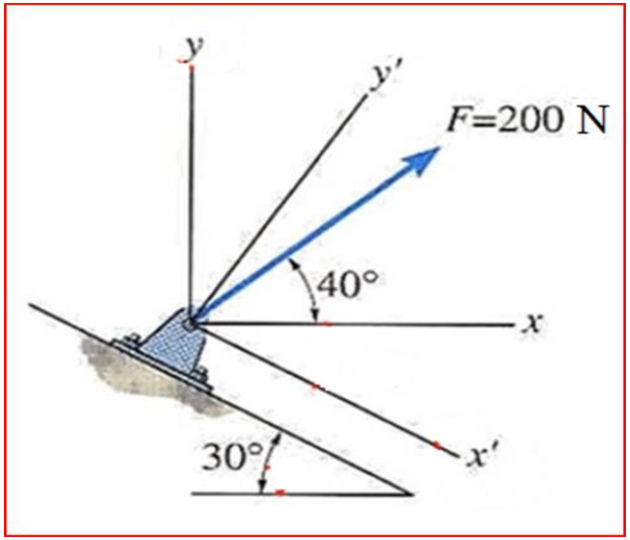
$$F_y = 200\ Sin\ 40 = 128.5\ N$$





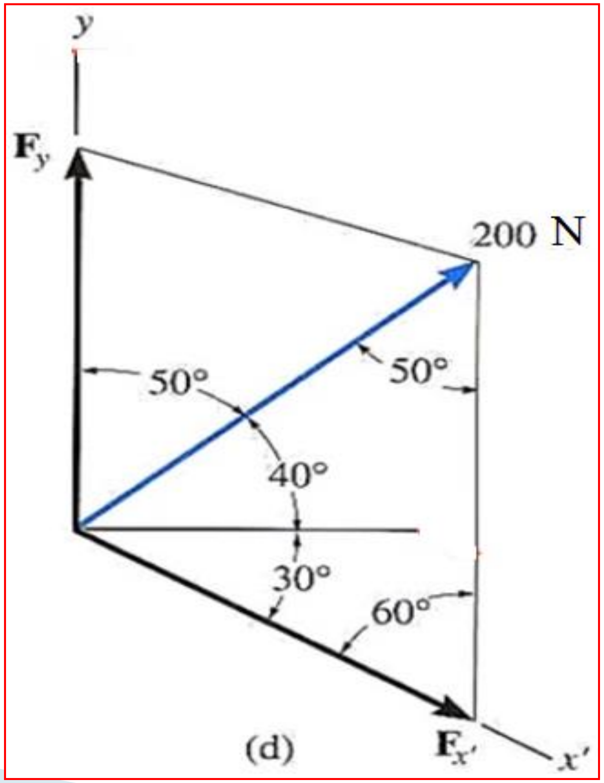
$$\frac{F_{x'}}{\sin 50°} = \frac{200 \text{ N}}{\sin 60°}$$

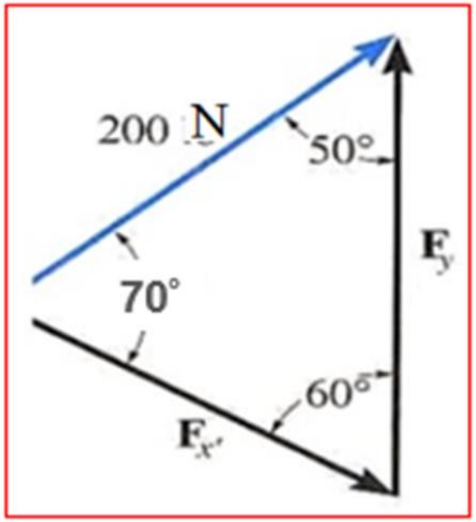
$$F_{x'} = 200 \text{ N}\left(\frac{\sin 50°}{\sin 60°}\right) = 177 \text{ N}$$



$$\frac{F_y}{\sin 70°} = \frac{200 \text{ N}}{\sin 60°}$$

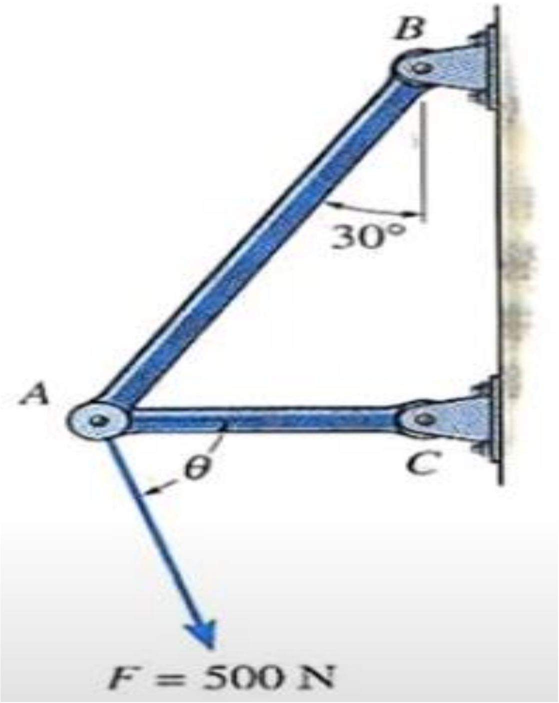
$$F_y = 200 \text{ N}\left(\frac{\sin 70°}{\sin 60°}\right) = 217 \text{ N}$$





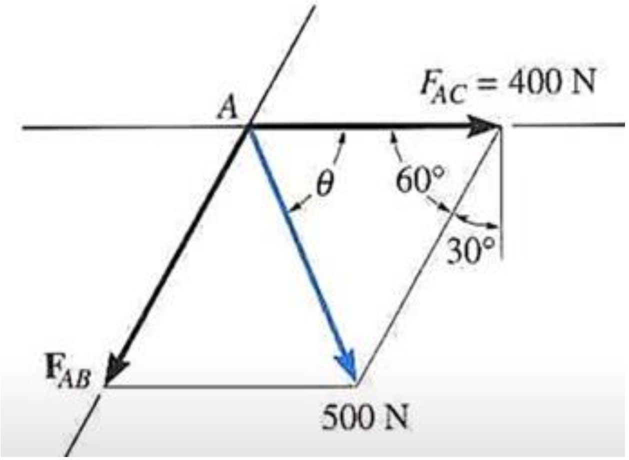
Example (3):

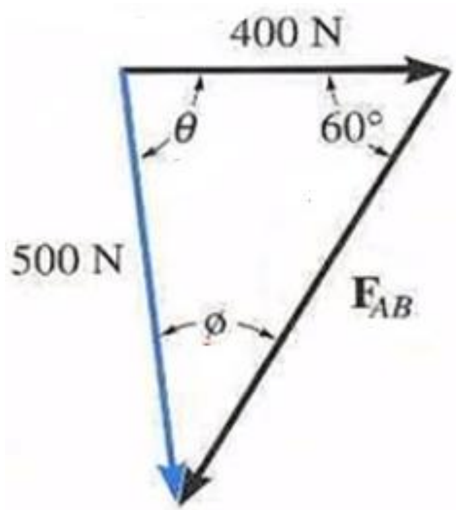
The force F action on the Frame shown has a magnitude 500 N and is to be resolved into two components acting along struts AB and AC. Determine the angle Ɵ, measured below the horizontal, so that the component F_{AC} is directed From A toward c and has a magnitude of 400 N.



مثال(3):

القوة (F) التي توثر على الإطار المبين قيمتها 500 نيوتن يتم تحليلها إلى مركبتين في اتجاه العنصرين (AC , AB). احسب قيمة الزاوية (Ɵ) التي تقاس أسفل المحور الأفقي وذلك لكي تكون مركبة القوة في اتجاه العنصر (AC) موجهة من (A) إلى (C) وقيمتها 400 نيوتن ؟

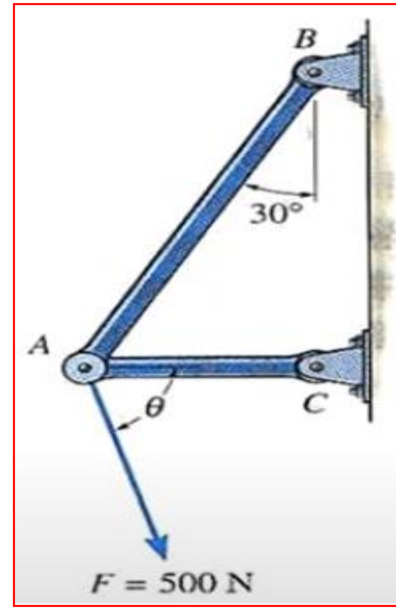




$$\frac{400\text{ N}}{\sin\phi} = \frac{500\text{ N}}{\sin 60^\circ}$$

$$\sin\phi = \left(\frac{400\text{ N}}{500\text{ N}}\right)\sin 60^\circ = 0.6928$$

$$\phi = 43.9^\circ$$

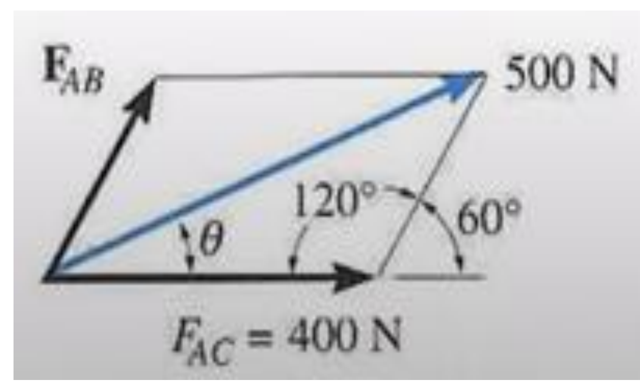


$$\theta = 180^\circ - 60^\circ - 43.9^\circ = 76.1^\circ \quad \measuredangle^{\theta}$$

$$\frac{F_{AB}}{\sin(\theta)} = \frac{500}{\sin(60)}$$

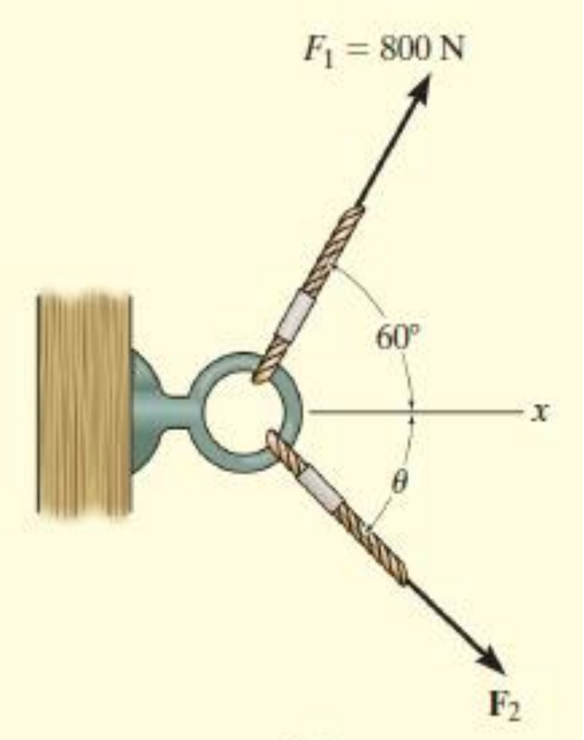
F_{AB}=561 N

$\theta = 16.1^\circ$ and $F_{AB} = 161$ N.



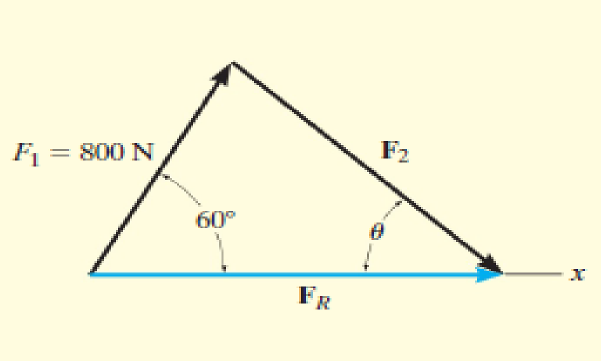
Example (4): It is required that the resultant force acting on the eyebolt in Fig. 2–14*a* be directed along the positive *x* axis and that $\mathbf{F}_2$ have a *minimum* magnitude. Determine this magnitude, the angle θ, and the corresponding resultant force.

اذا كان المطلوب ان تكون قوة المحصلة المؤثرة على حلقة البرغي في الشكل (2-14 a) باتجاه المحور (x) الموجب ويكون للقوة (F2) اقل قيمة ، احسب مقدار المحصلة والزاوية (θ)

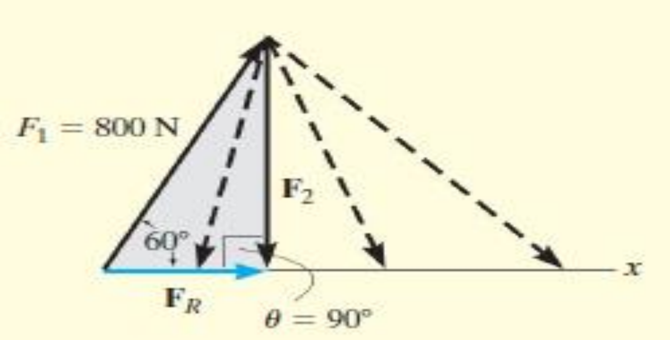


(a)

Solution:



(b)



(c)

The triangle rule for $\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ is shown in Fig. 2–14*b*. Since the magnitudes (lengths) of $\mathbf{F}_R$ and $\mathbf{F}_2$ are not specified, then $\mathbf{F}_2$ can actually be any vector that has its head touching the line of action of $\mathbf{F}_R$, Fig. 2–14*c*. However, as shown, the magnitude of $\mathbf{F}_2$ is a *minimum* or the shortest length when its line of action is *perpendicular* to the line of action of $\mathbf{F}_R$, that is, when

$$\theta = 90^\circ \qquad \textit{Ans.}$$

Since the vector addition now forms the shaded right triangle, the two unknown magnitudes can be obtained by trigonometry.

$$F_R = (800\ \text{N})\cos 60^\circ = 400\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$
$$F_2 = (800\ \text{N})\sin 60^\circ = 693\ \text{N} \qquad \textit{Ans.}$$

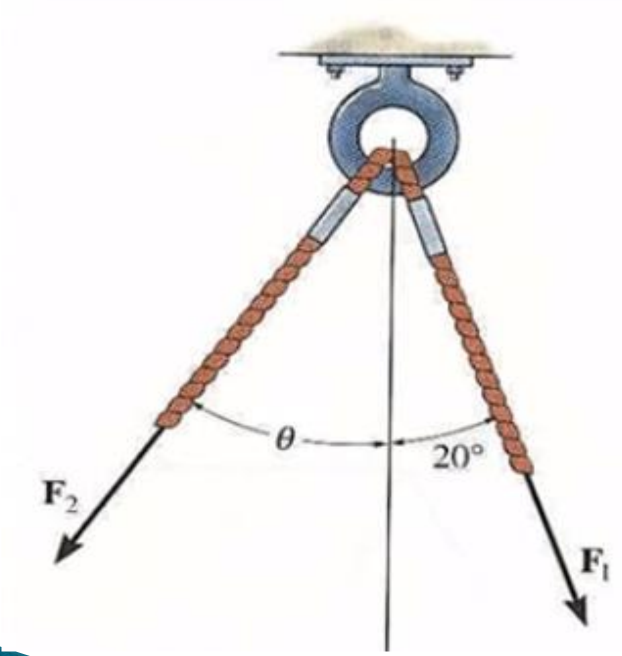
قاعدة المثلث لـ ($F_R = F_1 + F_2$) موضح بالشكل (b) وبما ان قيم (اطوال) كل من (F_R) (F_2) غير محددة لذلك فان (F_2) يمكن ان تكون اي متجه من المتجهات المبينة في الشكل (c) وبما ان قيمتها يجب ان تكون اقل ما يمكن وهذا يعني اقصر الاطوال فسيكون المتجه العمودي على (F_R) وذلك يتحقق عندما : $\theta = 90^\circ$
وبما ان جمع المتجهات ستشكل المثلث المضلل فان القيم المجهولة يمكن الحصول عليها كما موضح

Home work واجب بيتي

The ring shown is subjected to two forces F1 and F2. If it is required that the resultant force have a magnitude of 1 kN and be directed vertically downward. Determine

(a) the magnitude of F1 and F2 provided that Ɵ = 30°

(b) the magnitude of F1 and F2 if F2 is to be a minimum.



الحلقة المبينة معرضة لقوتين (F1,F2) . إذا كانت محصلتهما قوة مقدارها 1 كيلونيوتن واتجاهها راسي لأسفل ، احسب :

(أ) قيمة القوتين (F1,F2) على فرض أن قيمة (Ɵ = 30ه).

(ب) قيمة القوتين (F1,F2) أذا كان مطلوبا أن تكون قيمة القوة (F2) اصغر ما يمكن