Al-Mustaqbal University
Department: Medical Instrumentation Techniques Engineering
Class: 1st
Subject: Mechanics
Lecturer: Lec. Hameed Nida Al-Faris
1st term / Lecture: Forces Equilibrium on Particle

Engineering Mechanics (Statics)

First Part

Forces Equilibrium on Particle

المحاضرة 4

Outlines

الإطار العام

- Forces Equilibrium on particle — اتزان القوى على جسيم
  - Condition for Particle Equilibrium — شروط اتزان الجسيم
  - The Free-Body Diagram — الرسم التخطيطى للجسم
  - Coplanar Force Systems — نظام القوى المستوية
  - Three-Dimensional Force Systems — نظام القوى الفراغية

Condition for the Equilibrium of a Particle

شروط اتزان الجسيم

A particle is said to be in equilibrium if it remains at rest if originally at rest , or has a constant velocity if originally in motion.

يقال للجسيم انه في حالة اتزان اذا بقي على وضعه الاصلي ساكنا او ان يتحرك بسرعة ثابتة اذا كان في الاصل متحركا .

This condition is stated by the equation of equilibrium :

هذه الشروط يمكن التعبير عنها بمعادلة الاتزان :

$$\Sigma F = 0$$

Where ΣF is the vector sum of all the forces acting on the particle.

اذا كان ΣF هي المجموع الاتجاهي لجميع القوى المؤثرة على الجسيم .

The Free – Body Diagram مخطط الجسم الحر

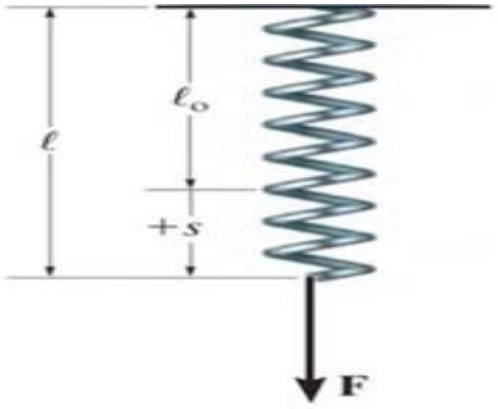
A drawing that shows the particle with all the forces that act on it.

الرسم الذي يوضح جميع القوى المؤثرة على الجسيم

Springs : النوابض

$$F = ks$$

$$s = l - l_o$$



k : *spring constant or stiffness*

معامل جساءة النابض

If s is positive, causing an elongation, then **F** must pull on the spring; whereas if s is negative, causing a shortening, then **F** must push on it.

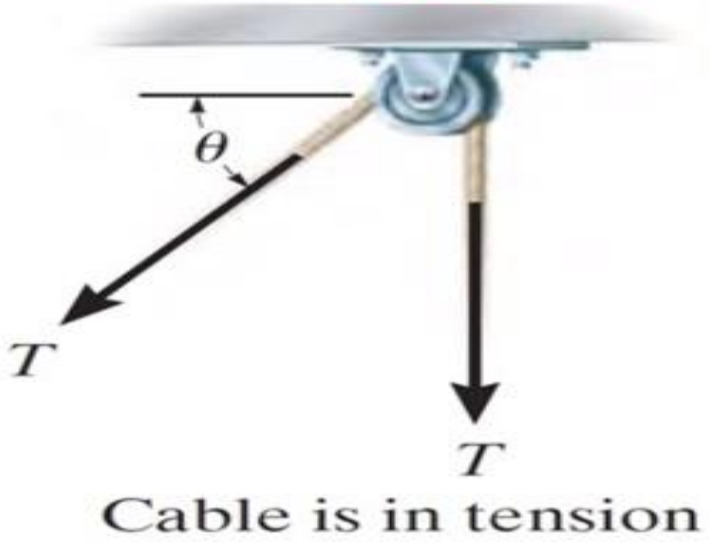
اذا كانت **S** موجبة فانها تسبب استطالة ويجب ان تكون القوة **F** تسحب النابض ، اما اذا كانت سالبة فانها تسبب قصرالنابض ويجب ان تكون القوة تضغط عليه.

Cables and Pulleys

الكابلات والبكرات

A cable can support only a tension or "pulling" force

الكابلات تتحمل قوة شد فقط

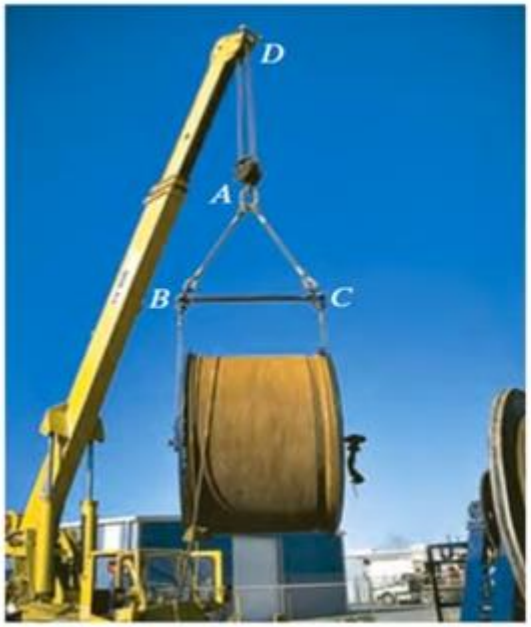


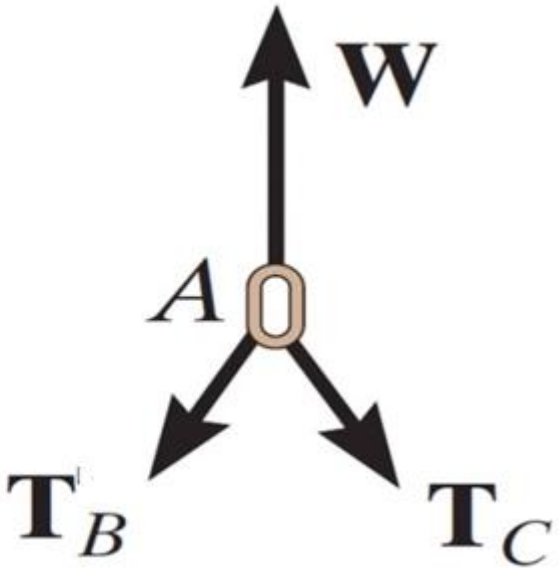
To keep the cable in equilibrium. Hence, for any angle θ, shown in fig. , the cable is subjected to a constant tension T throughout its length.

لابقاء السلك في حالة اتزان فانه لكل زاوية θ كما موضح في الشكل يجب ان يسلط على السلك شد ثابت T من خلال طوله.

Procedure for Drawing a Free – Body Diagram : طريقة رسم مخطط الجسم الحر

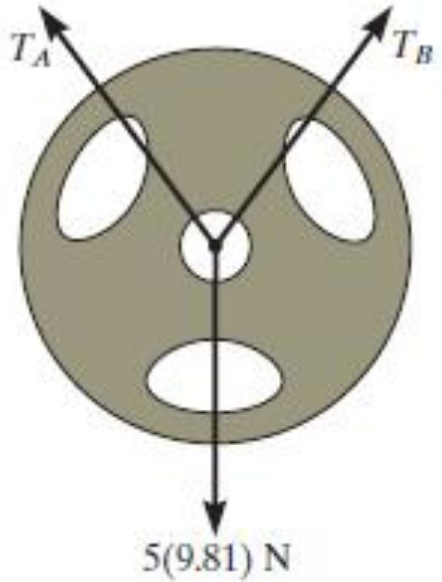
- ✓ **Draw Outlined Shape.** رسم الخطوط العريضة للشكل
- ✓ **Show All Forces.** توضيح كل القوى
- ✓ **Identify Each Force.** تحديد كل قوة





The 5-kg plate is suspended by two straps A and B. To find the force in each strap we should consider the free-body diagram of the plate. As noted, the three forces acting on it are concurrent at the center.

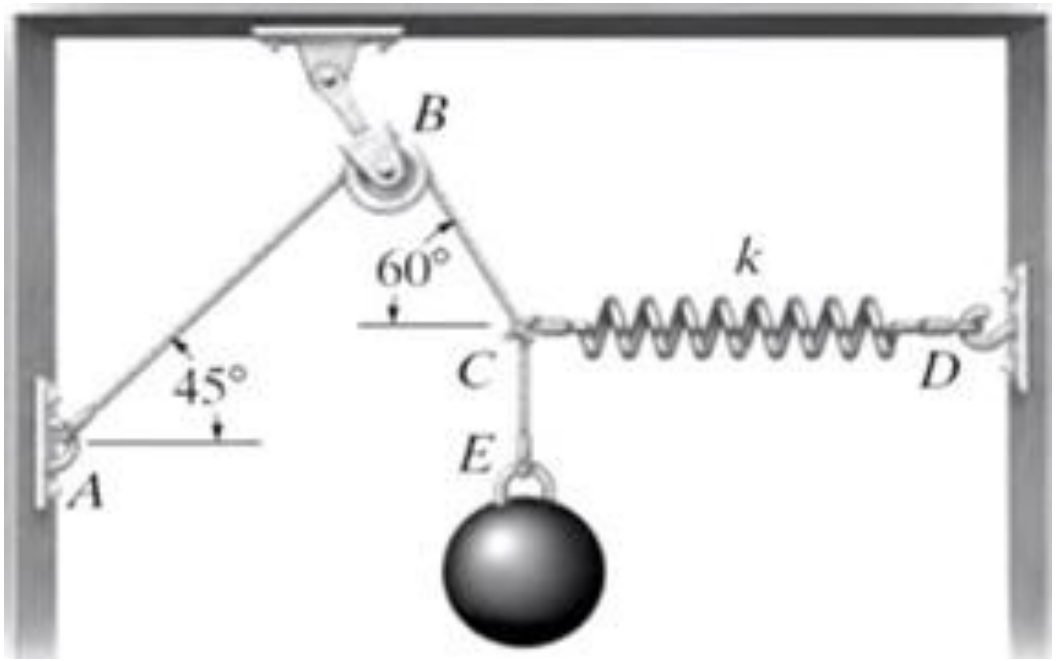
الصفيحة المعلقة بالحبلين A و B كتلتها 5 kg ، لايجاد القوة في كل حبل يجب ان نرسم مخطط الجسم الحر لها . وكما موضح فان القوى الثلاثة المؤثرة عليها تلتقي في المركز.



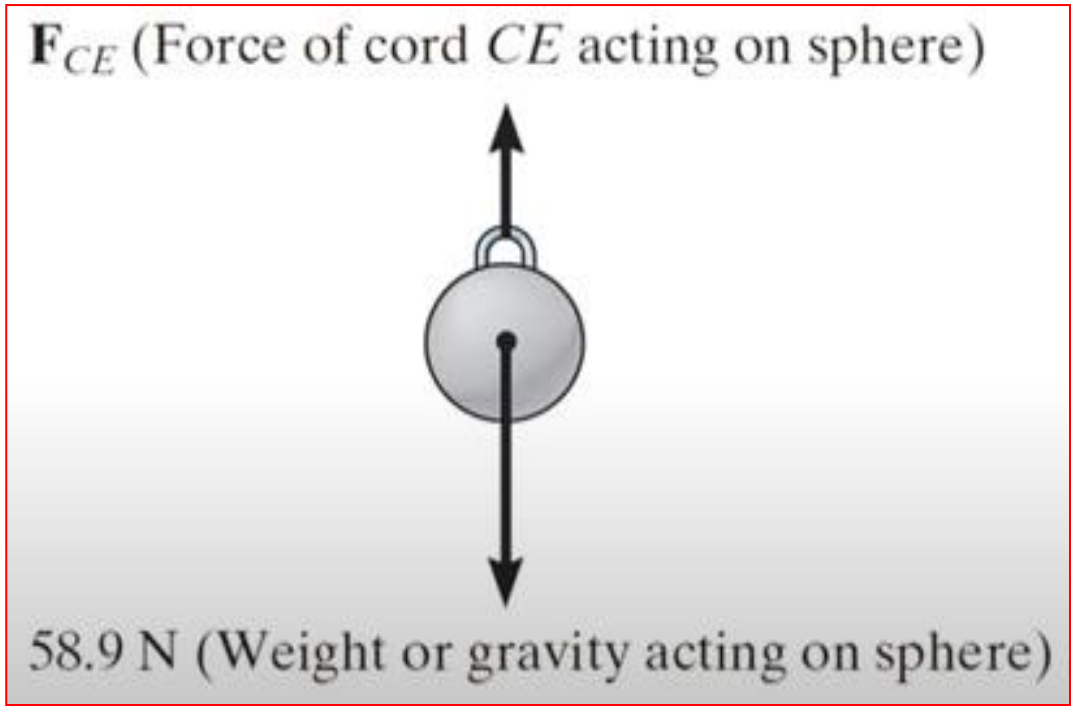
Example (1) :

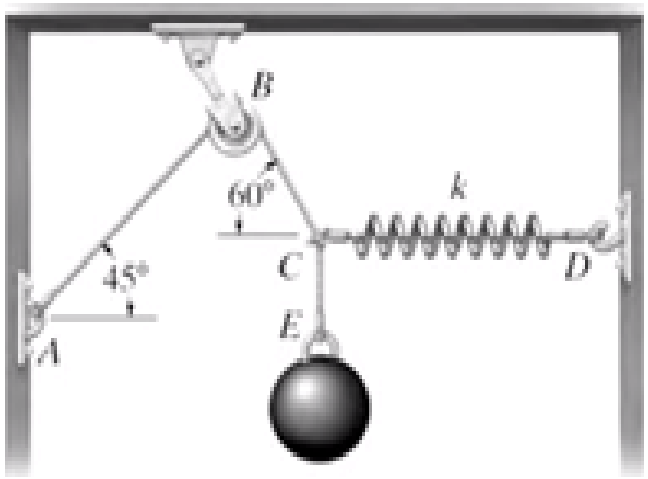
The sphere has a mass of 6 kg and is supported as shown. Draw a free-body diagram of the sphere, the cord CE, and the knot at C.

مثال(1): كرة كتلتها 6 kg ومثبتة كما موضح . أرسم مخطط الجسم الحر لها وللحبل CE والعقدة عند C .



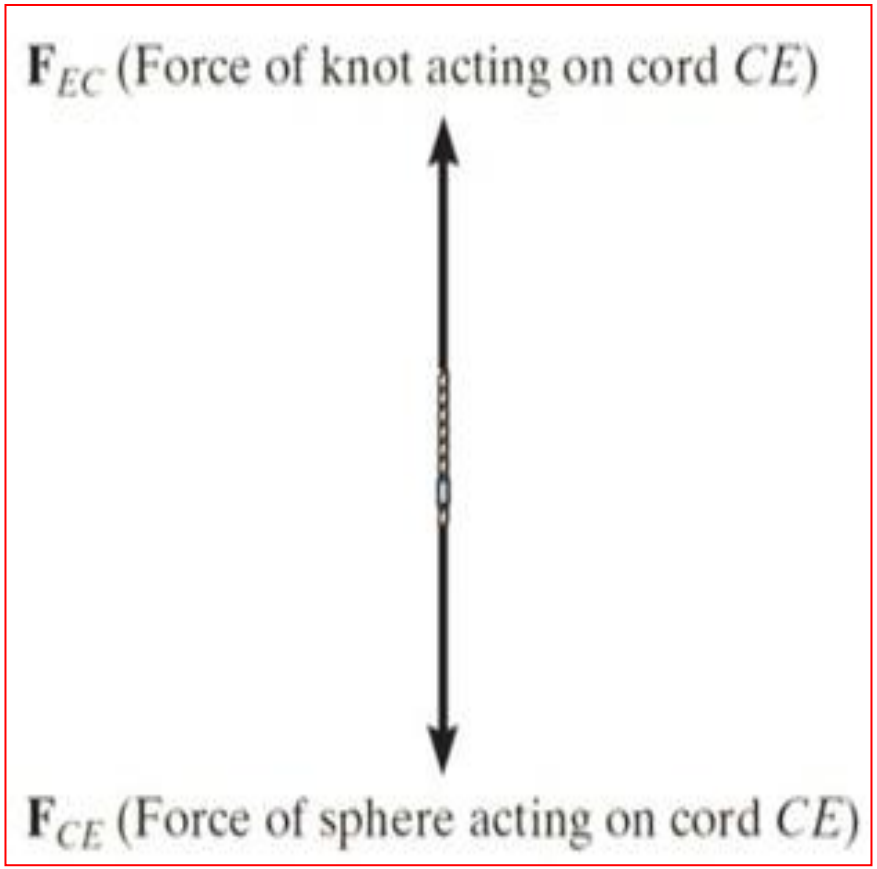
$\mathbf{F}_{CE}$ قوة الحبل CE المؤثرة على الكرة

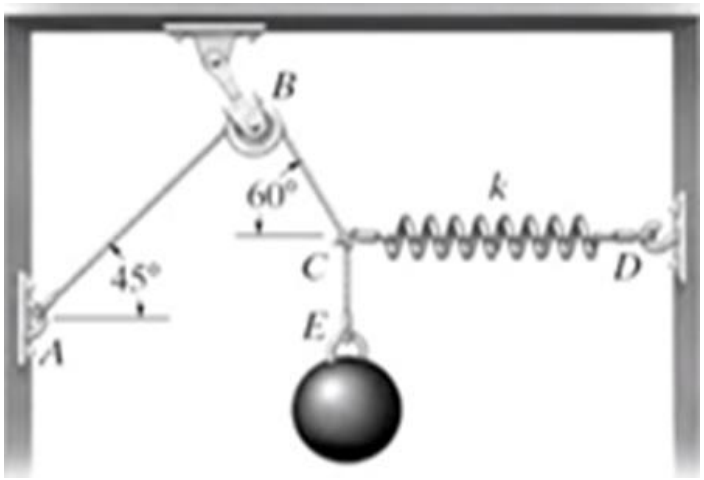




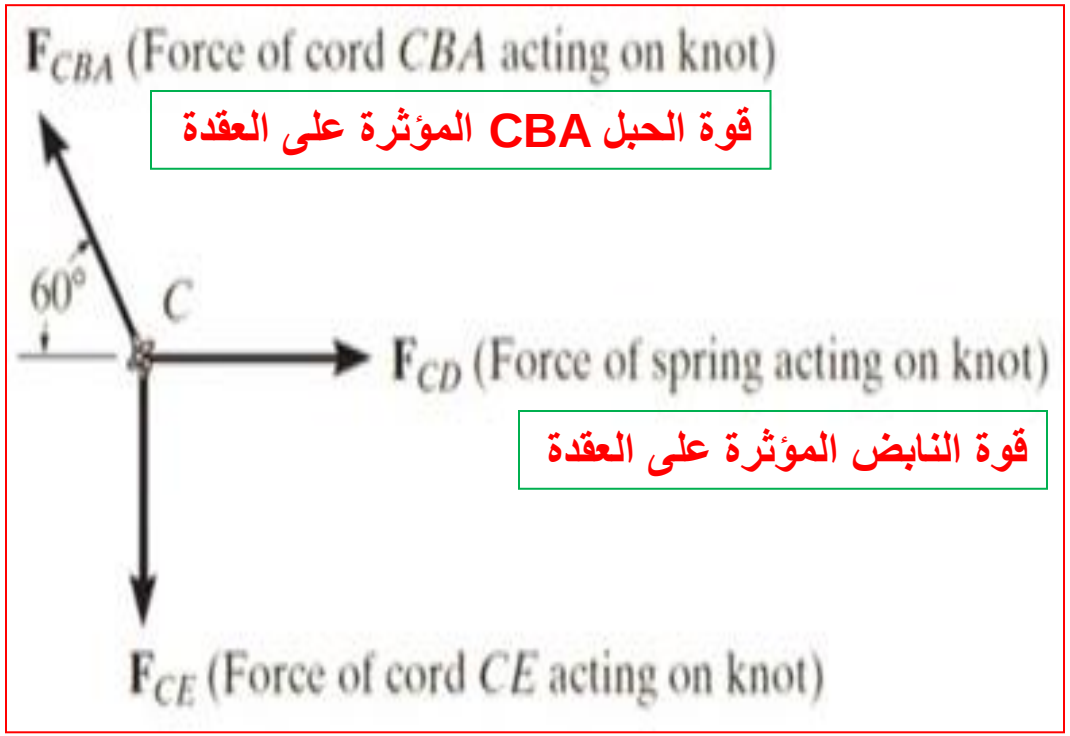
وزن الكرة (6 kg × 9.81) او الجاذبية المؤثرة على الكرة

F_{EC} قوة العقدة على الحبل CE





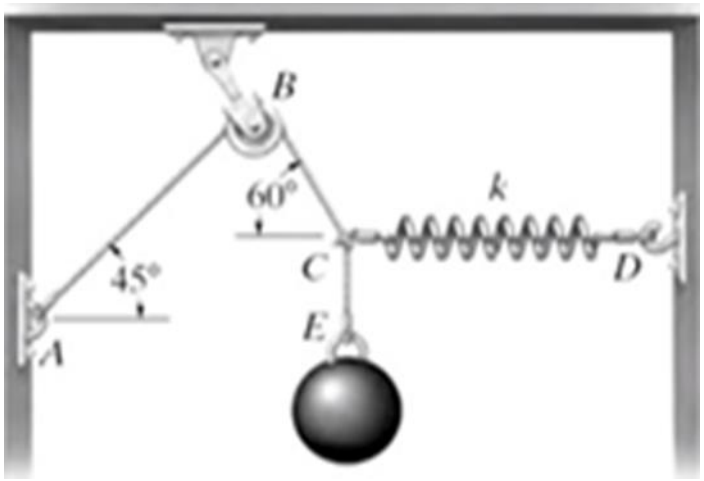
F_{CE} قوة الكرة المؤثرة على الحبل CE



قوة الحبل CBA المؤثرة على العقدة

قوة النابض المؤثرة على العقدة

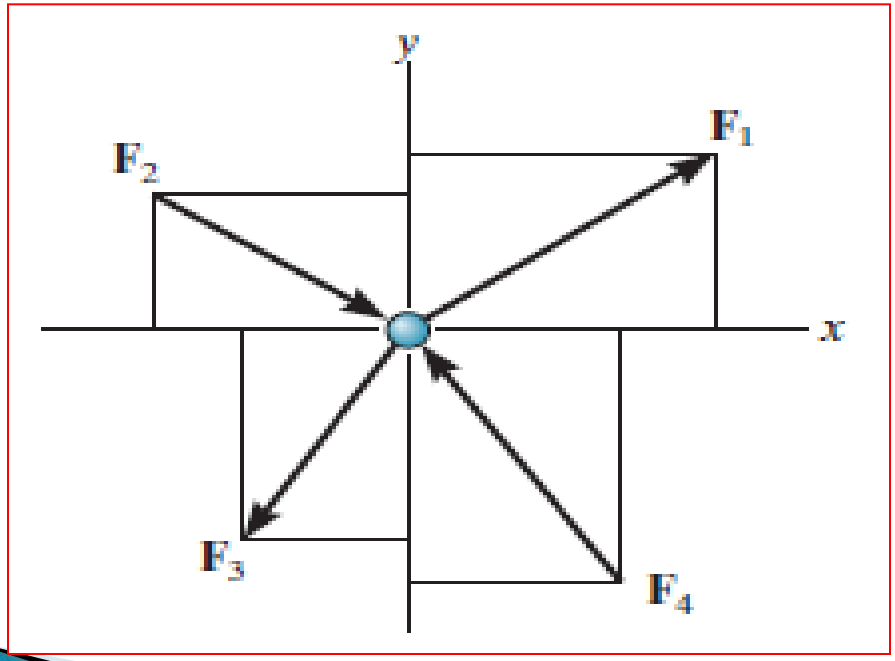
قوة الحبل CE المؤثرة على العقدة



Coplanar Force Systems نظام القوى المستوية

If a particle is subjected to a system of coplanar forces that lie in the x–y plane, as in Fig. 3–4, then each force can be resolved into its **i** and **j** components. For equilibrium, these forces must sum to produce a zero force resultant, i.e.,

اذا تعرض جسيم الى نظام قوى مستوية تقع في المستوي x-y كما في الشكل فان كل قوة يمكن تحليلها الى مركبتيها. ولتحقيق الاتزان فان هذه القوى يجب ان تجمع للحصول على محصلة مقدارها صفر، اي:



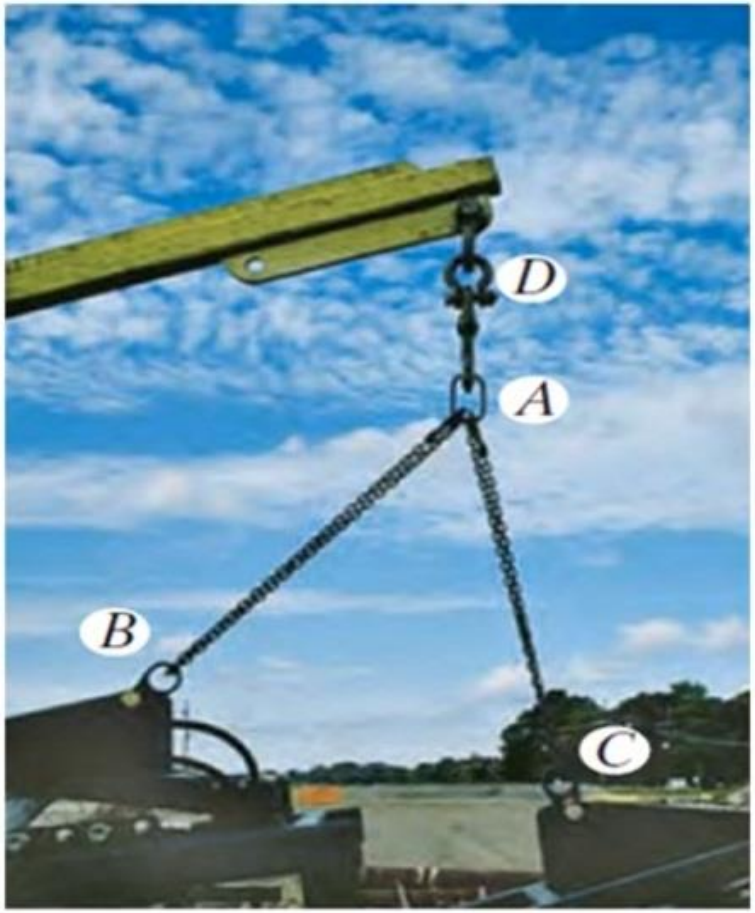
$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

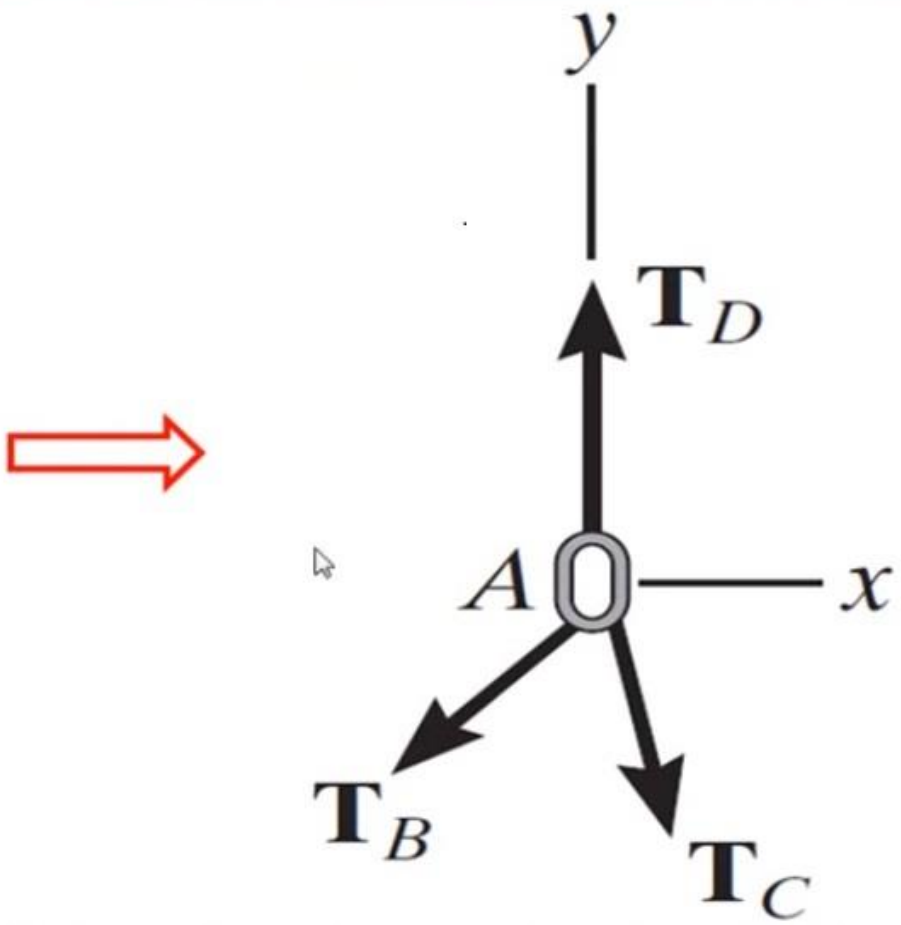
$$\Sigma F_x \mathbf{i} + \Sigma F_y \mathbf{j} = \mathbf{0}$$

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

Coplanar Force Systems

نظام القوى المستوية



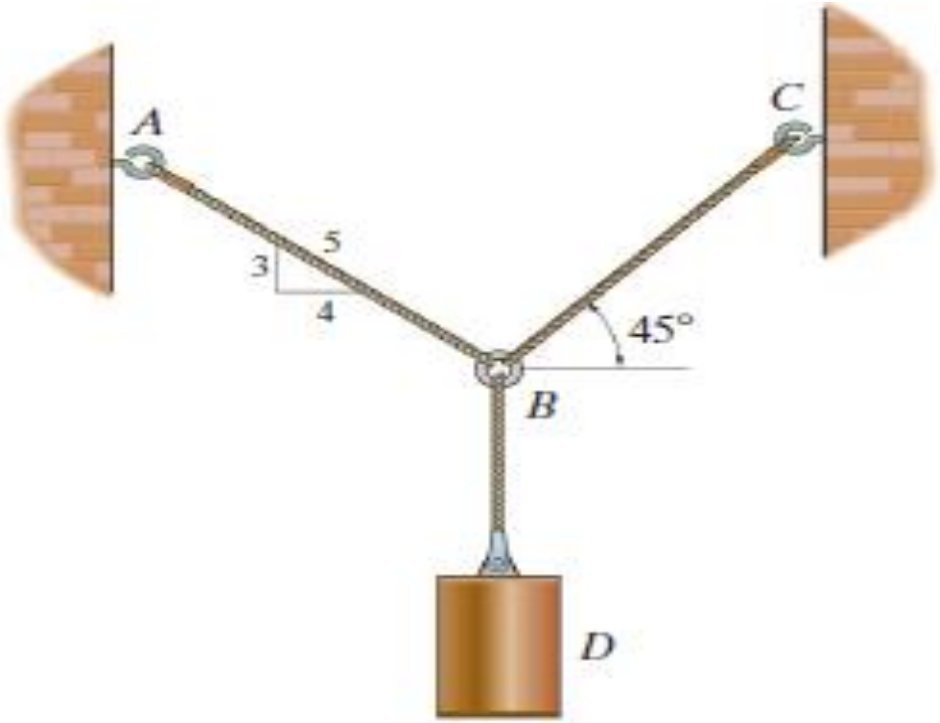


Examples أمثلة

Example (2) :

Determine the tension in cables BA and BC necessary to support the 60-kg cylinder .

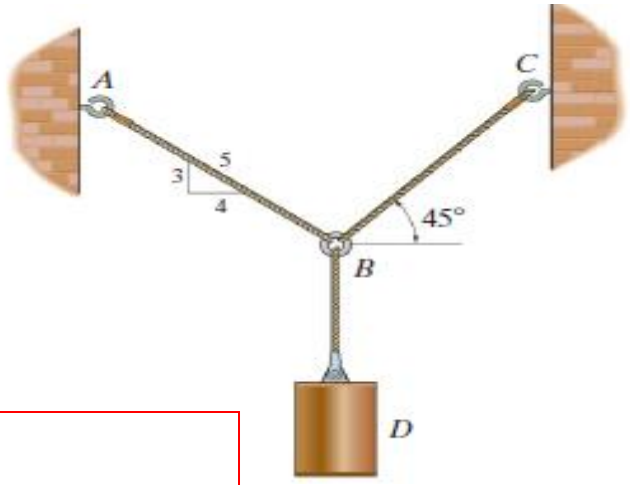
مثال(2): احسب الشد في الحبال (BA) و (BC) اللازم لحمل الاسطوانة التي كتلتها 60 kg المبينة في الشكل.

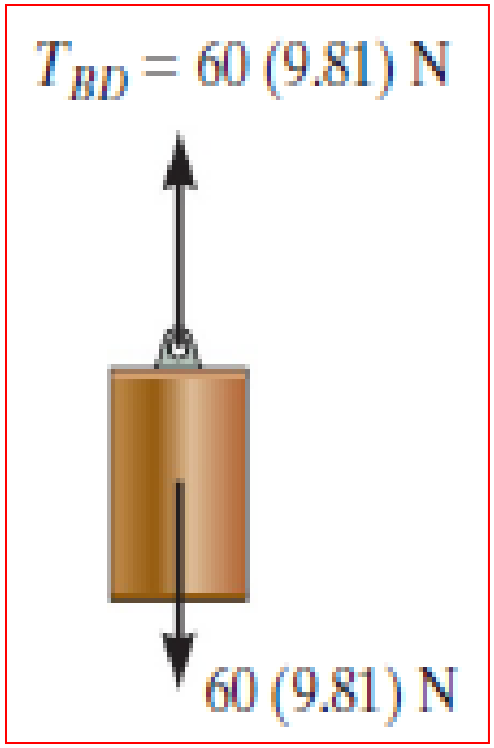


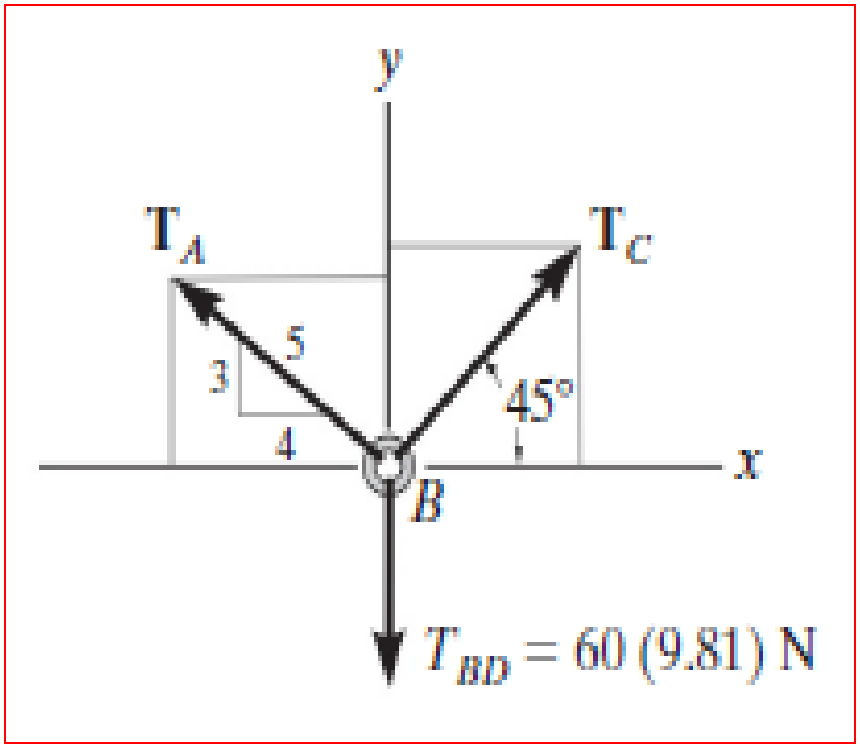
(a)

Solution:

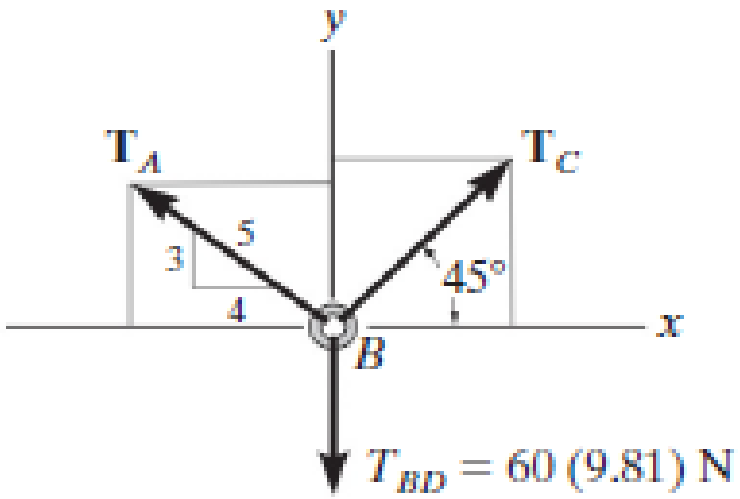
Free-Body Diagram :







Equations of Equilibrium :



$$\Sigma F_x = 0$$

$$T_C \cos 45° - \left(\tfrac{4}{5}\right)T_A = 0$$

$$\frac{T_{Ax}}{T_A} = \frac{4}{5} \Rightarrow T_{Ax} = \left(\tfrac{4}{5}\right)T_A$$

$$T_A = 0.8839 T_C \qquad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_C \sin 45° + \left(\tfrac{3}{5}\right)T_A - 60(9.81)\,\text{N} = 0 \qquad (2)$$

$$T_A = 0.8839T_C \quad (1)$$

$$T_C \sin 45° + \left(\frac{3}{5}\right)T_A - 60(9.81)\,\text{N} = 0 \quad (2)$$

Substituting Eq. (1) into Eq. (2)

$$T_C \sin 45° + \left(\frac{3}{5}\right)(0.8839T_C) - 60(9.81)\,\text{N} = 0$$

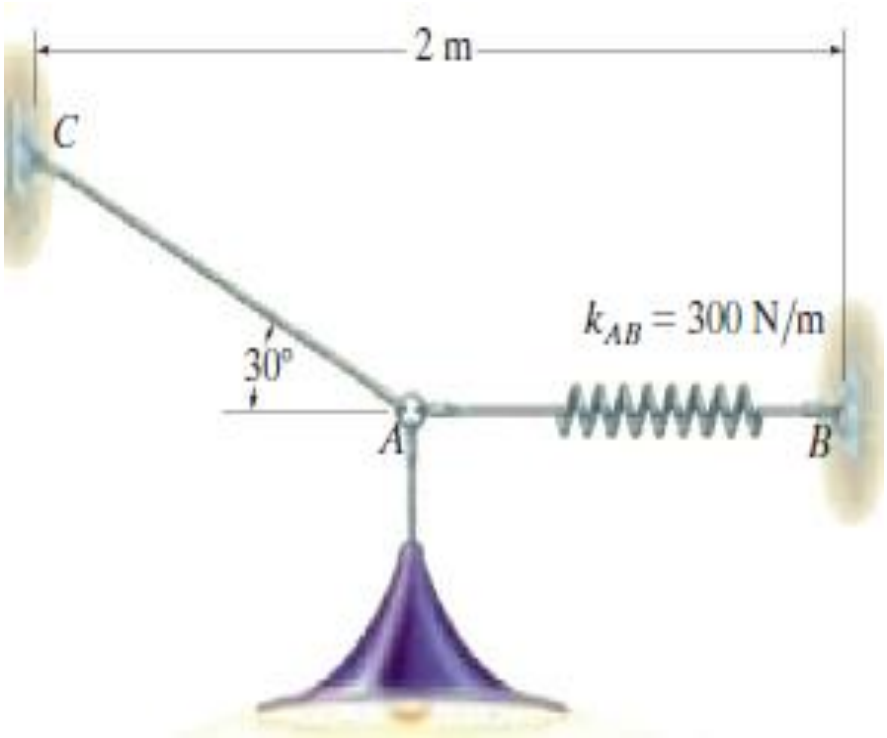
$$T_C = 475.66\,\text{N} = 476\,\text{N}$$

$$T_A = 420\,\text{N}$$

Example (3) :

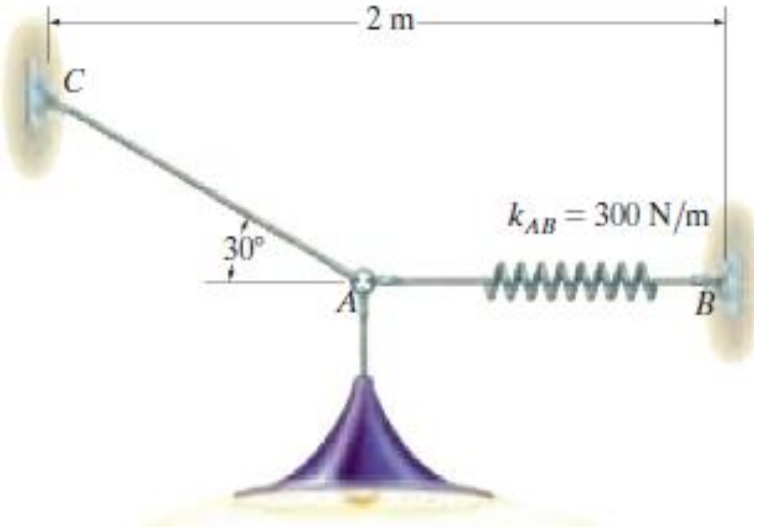
Determine the required length of cord AC in Fig. 3–8*a* so that the 8-kg lamp can be suspended in the position shown. The *undeformed* length of spring AB is $l'_{AB} = 0.4\ \text{m}$, and the spring has a stiffness of $k_{AB} = 300\ \text{N/m}$.

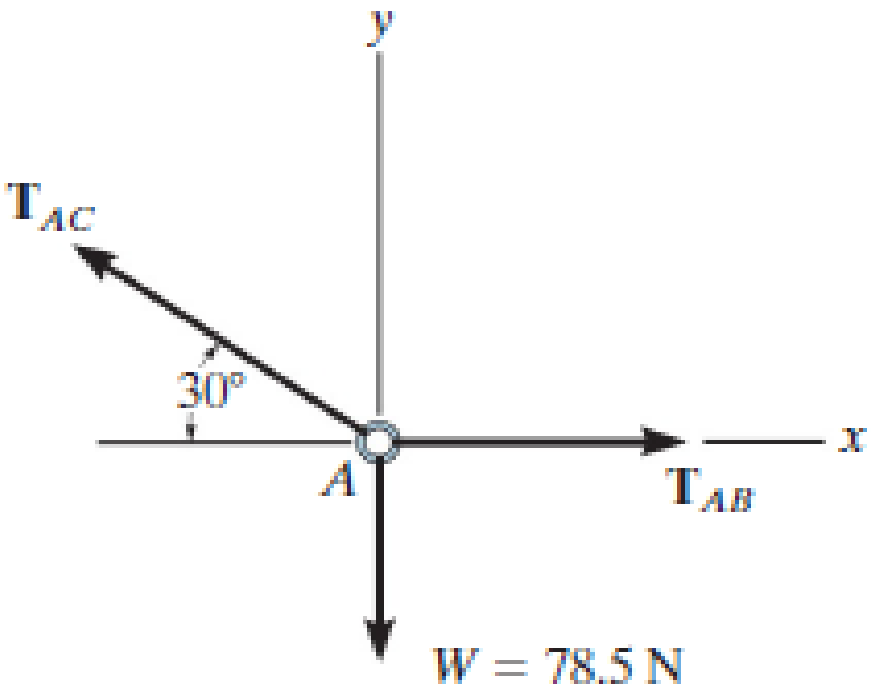
إحسب الطول المطلوب للحبل (AC) اللازم لتعليق مصباح كتلته (8 kg) كما في الشكل ، علما ان الطول الاصلي للنابض (AB) هو (0.4 m) ومعامل جسائته ($k_{AB} = 300\ \text{N/m}$).



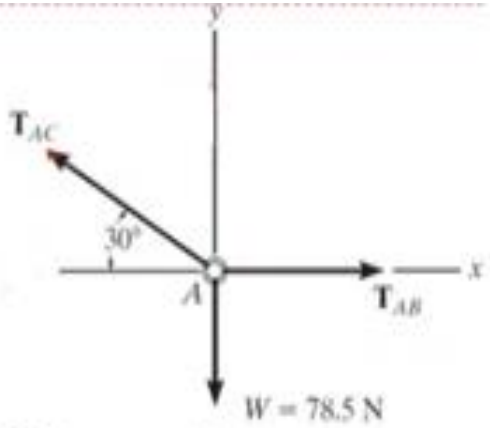
Solution :

Free-Body Diagram :





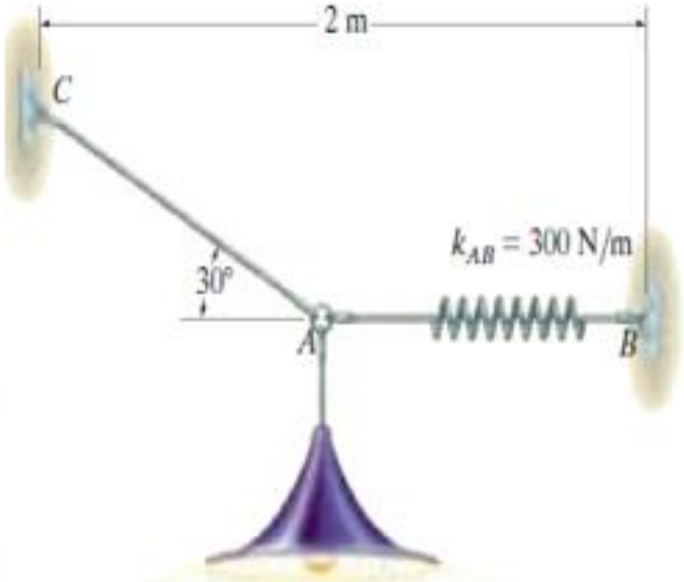
Equations of Equilibrium :



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{AB} - T_{AC}\cos 30^\circ = 0$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{AC}\sin 30^\circ - 78.5\ \text{N} = 0$$

$$\boxed{T_{AC} = 157.0\ \text{N}} \qquad \boxed{T_{AB} = 135.9\ \text{N}}$$

$$T_{AB} = k_{AB}s_{AB} \Rightarrow 135.9\ \text{N} = 300\ \text{N/m}(s_{AB})$$
$$s_{AB} = 0.453\ \text{m}$$



The stretched length is :

$$l_{AB} = l'_{AB} + s_{AB}$$

$$l_{AB} = 0.4\ \text{m} + 0.453\ \text{m} = 0.853\ \text{m}$$

The horizontal distance from C to B :

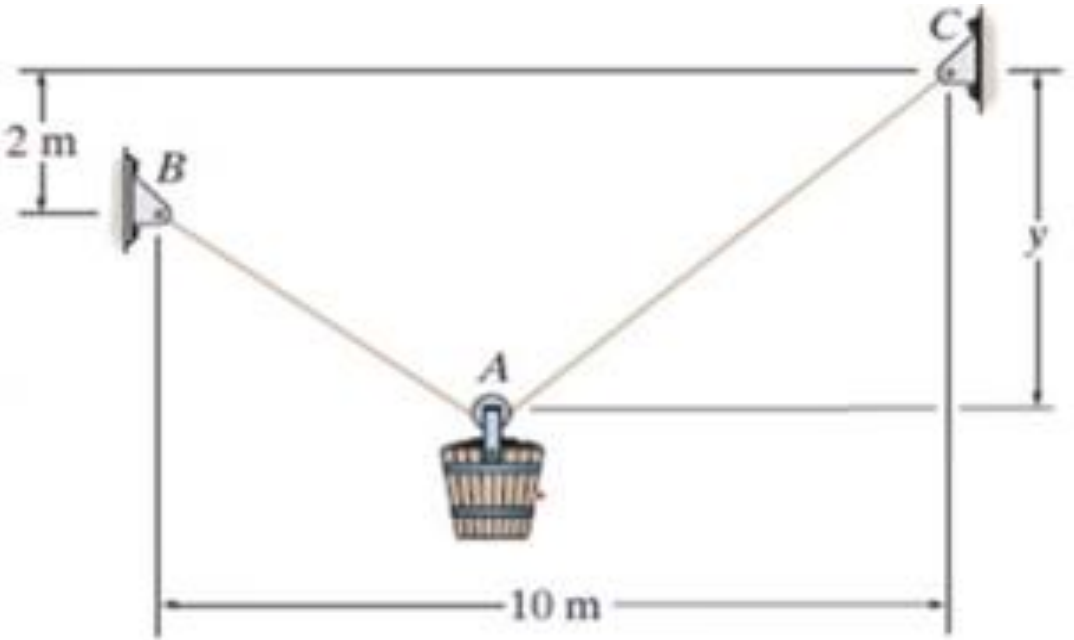
$$2\ \text{m} = l_{AC} \cos 30^\circ + 0.853\ \text{m}$$

$$l_{AC} = 1.32\ \text{m}$$

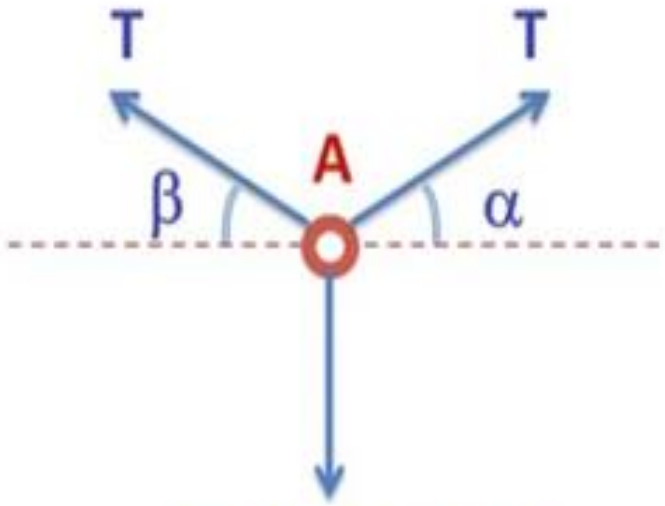
Example (4) :

The shown pail have a mass of 60 kg. If the cable BAC is 15 m long, determine the distance y of the pulley at A for equilibrium. Neglect the size of the pulley.

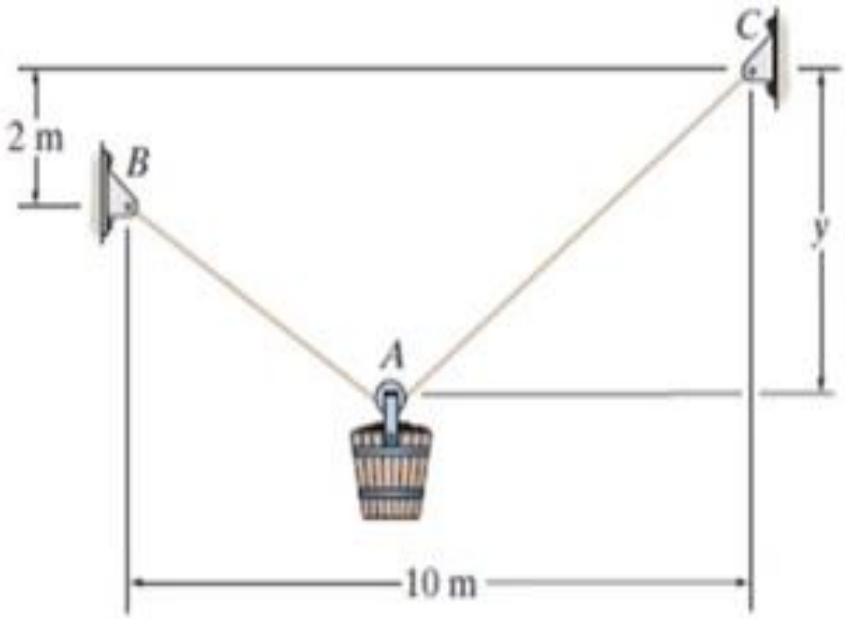
مثال (4) : الدلو المبين بالشكل كتلته (60 kg) ، فاذا كان طول الحبل (BAC) (15 m).
إحسب المسافة (y) اللازمة لاتزان الدلو. إهمل حجم البكرة



Free-Body Diagram :



60x9.8 = 588 N

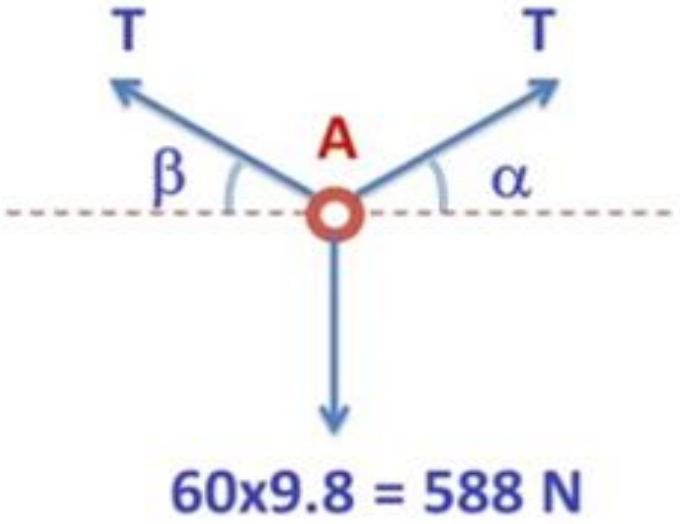


Equations of Equilibrium :

$$\Sigma F_x = 0$$

$$T \cos(\alpha) = T \cos(\beta)$$

$$\alpha = \beta$$



$$\alpha = \beta$$

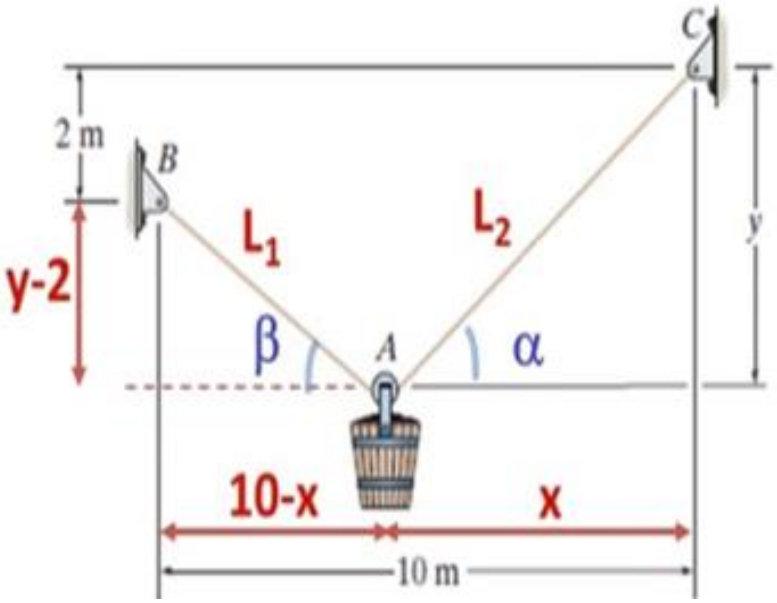
$$\frac{x}{10-x} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

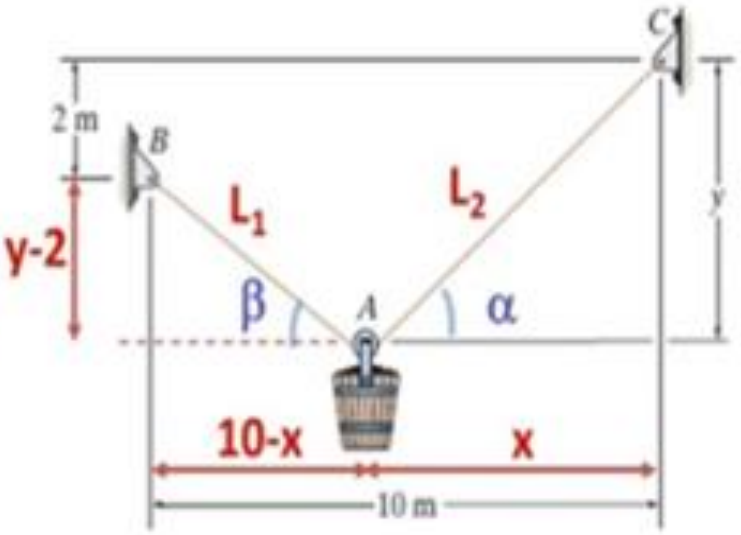
$$\frac{x}{10} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{L_2}{15} \qquad \frac{x}{L_2} = \frac{10}{15} \quad \times \frac{10}{L_2}$$

$$\cos(\alpha) = 0.667 \qquad \alpha = 48.18^{\circ}$$



$$\alpha = 48.18^{\circ}$$



$$\frac{y}{y-2} = \frac{x}{10-x}$$

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

$$\frac{y}{-2} = \frac{x}{10-2x}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{-2}{10-2x}$$

$\times \frac{-2}{x}$

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{x} \qquad \tan(\alpha) = \frac{-2}{10-2x} \qquad 1.117 = \frac{-2}{10-2x}$$

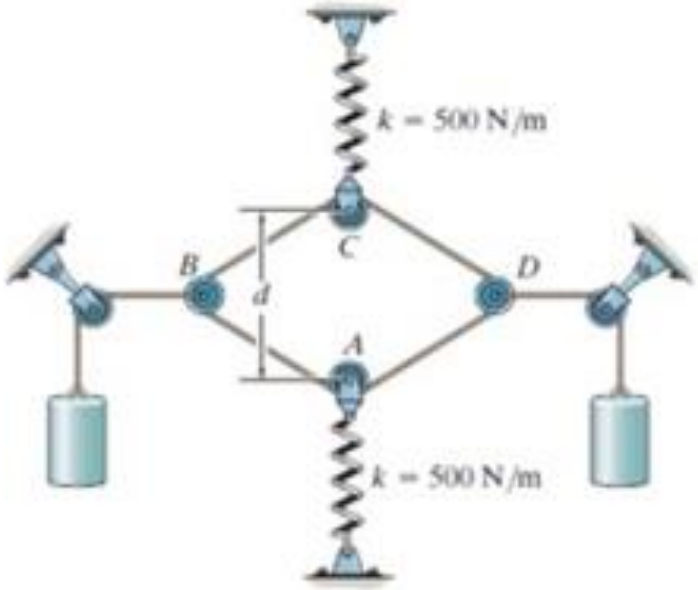
$$10-2x = \frac{-2}{1.117} \qquad 5-x = \frac{-1}{1.117}$$

X = 5.9 m **y = 6.59 m**

Example (5):

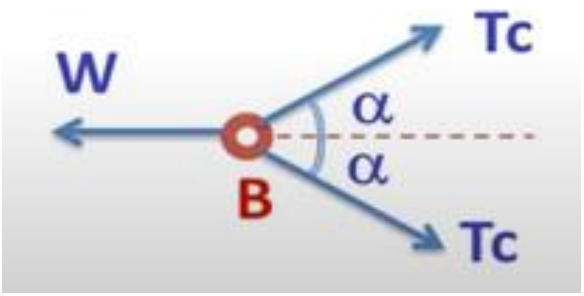
A continuous cable of total length 4 m is wrapped around the small pulleys at A, B, C and D. If each spring is stretched 300 mm, determine the mass m of each block. Neglect the weight of the bulleys and cords. The springs are unstretched when d=2m.

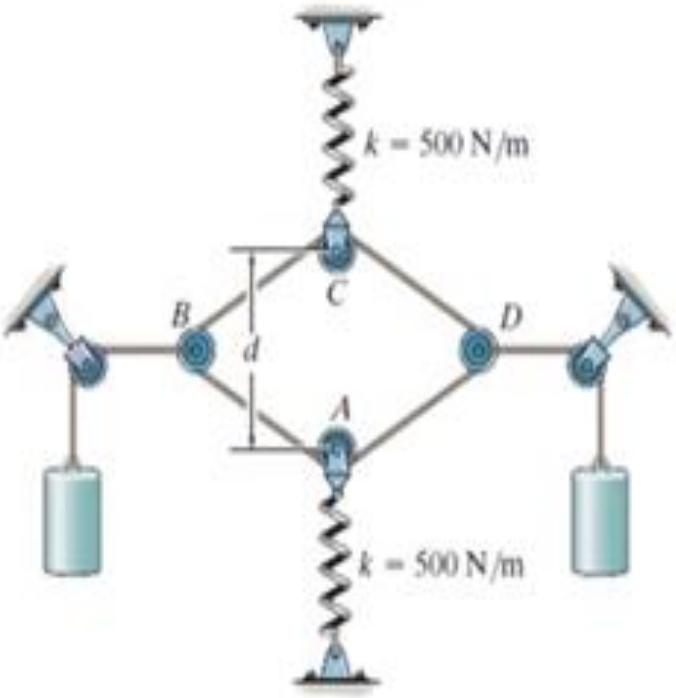
مثال (5) : حبل مستمر طوله (4 m) تم لفه حول أربع بكرات صغيرة عند A,B,C,D اذا كان كل نابض مشدود مسافة (300 mm). إحسب الكتلة (m) لكلا القطعتين المعلقتين. اهمل وزن البكرات والحبال علما بان النابضين يكونان غير مشدودين عندما تكون المسافة (d=2 m).

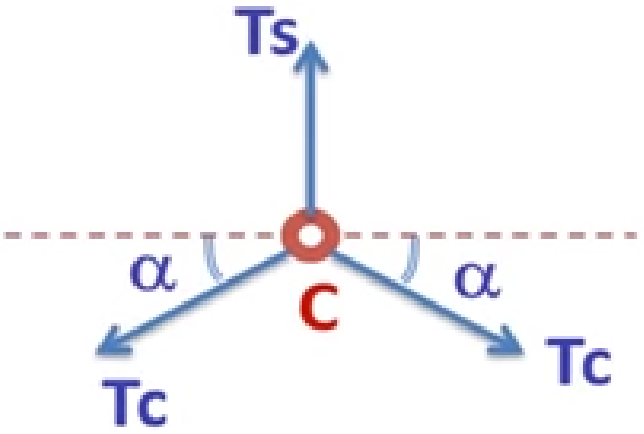


Solution :

Free-Body Diagram :



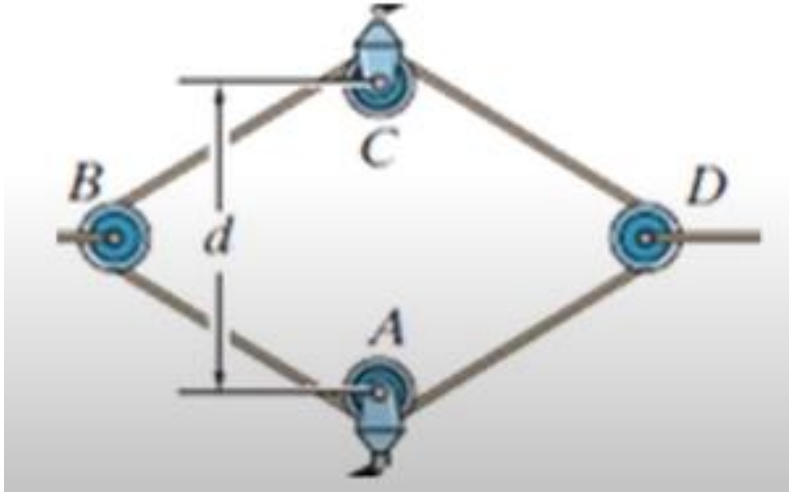


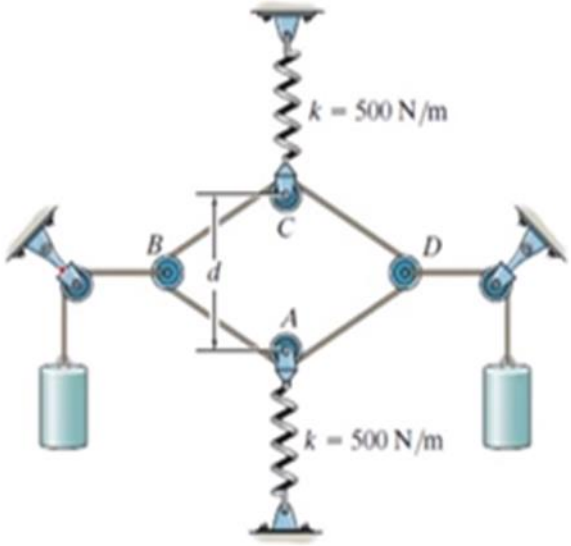


Equations of Equilibrium :

$T_s = K_s \times d_s = 500 \times 0.3$

$= 150\ N$



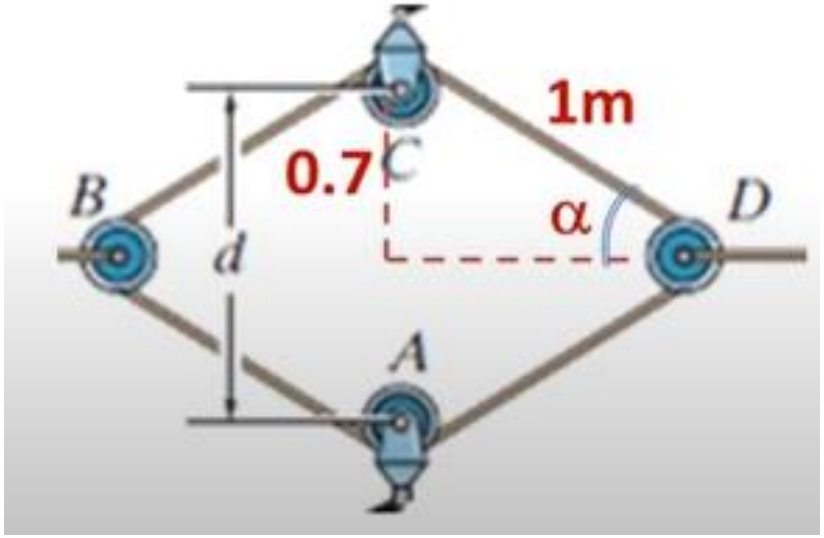


$2 - (2 \times 0.3) = 1.4\ m$

$1.4 \div 2 = 0.7\ m$

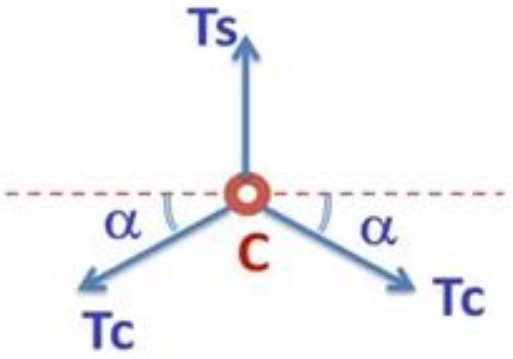
$\sin(\alpha) = 0.7$

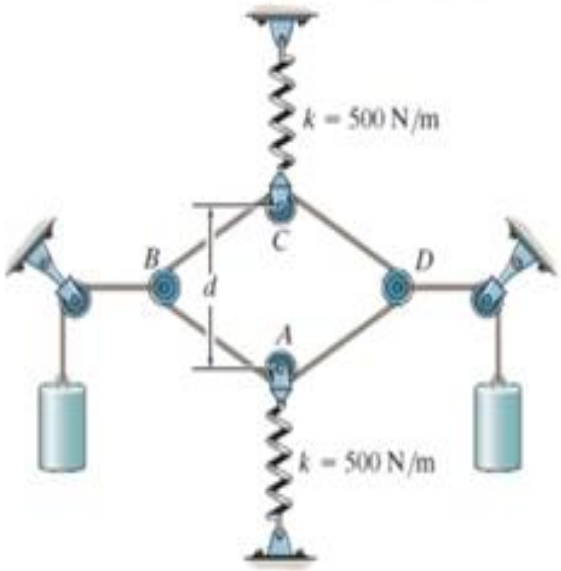
$\alpha = 44.43$



$T_s = 150\ N$

$\alpha = 44.43$





$\Sigma F_y = 0$

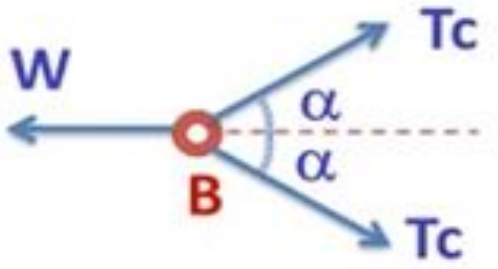
$2\ Tc \sin(\alpha) = Ts$

$Tc = 107.14\ N$

$Tc = 107.14\ N$

$\alpha = 44.43$

$\Sigma F_x = 0$



$2\ Tc \cos(\alpha) = W$

$W = 153\ N$

$W = m\ g$ $\qquad m = 15.61\ kg$

H.W. (واجب بيتى)

F3–5. If the mass of cylinder C is 40 kg, determine the mass of cylinder A in order to hold the assembly in the position shown.

اذا كانت كتلة الاسطوانة C هي 40 Kg ، احسب كتلة الاسطوانة A التي تجعل الترتيبة المبينة بالشكل في حالة اتزان وفي المواقع الموضحة.