أ - حساب الوسيط للبيانات المبوبة

يحسب الوسيط بالاعتماد على التوزيع التكراري المتجمع الصاعد او النازل

1- حساب الوسيط للتوزيع التكراري المتقطع

- عمل توزيع تكراري متجمع صاعد.
- حساب ترتيب الوسيط الذي يكون $F_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{2}$.
- تثبيت ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة الصاعدة. ثم تحديد التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لترتيب الوسيط (F_{k+1})، والتكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط (F_{k-1}).
- تحديد الفئة الوسيطية باعتبارها الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لترتيب الوسيط (F_{k+1}).
- يحسب الوسيط باعتباره مركز الفئة الوسيطية.

مثال 3: التوزيع التكراري الاتي يبين توزيع 80 اسرة حسب عدد الافراد. المطلوب حساب الوسيط لعدد افراد الاسرة.

Classes	f_i
2 – 4	6
5 – 7	9
8 – 10	12
11 – 13	20
14 – 16	14
17 – 19	11
20 – 22	8

الحل:

Classes	f_i	الحدود العليا للفئات	F_i	
2 – 4	6	Less than or equal 4	6	
5 – 7	9	Less than or equal 7	15	
8 – 10	12	Less than or equal 10	27	$\leftarrow F_{k-1}$
11 – 13	**20**	**Less than or eq. 13**	**47**	$\leftarrow \mathbf{F_{k+1}}$ $\leftarrow F_k=40$
14 – 16	14	Less than or equal 16	61	
17 – 19	11	Less than or equal 19	72	
20 – 22	8	Less than or equal 22	80	
	80			

$F_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{2} = \frac{80}{2} = 40$ ترتيب الوسيط

الفئة الوسيطية هي **(11–13)**

$Me = \frac{11+13}{2} = 12$ الوسيط

2- حساب الوسيط للتوزيع التكراري المستمر

- عمل توزيع تكراري متجمع صاعد.
- حساب ترتيب الوسيط الذي يكون $\mathrm{F}_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{2}$.
- تثبيت ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة الصاعدة. ثم تحديد التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لترتيب الوسيط (F_{k+1})، والتكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط (F_{k-1}).
- تحديد الفئة الوسيطية باعتبارها الفئة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لترتيب الوسيط (F_{k+1}).
- يحسب الوسيط وفق الصيغة الاتية: $Me = h_k + \frac{F_k - F_{k-1}}{f_k} \times L_k$

سواء كانت الفئات متساوية او غير متساوية.

حيث ان:

h_k : الحد الادنى للفئة الوسيطية

F_{k-1} : التكرار المتجمع الصاعد السابق لترتيب الوسيط

f_k : تكرار الفئة الوسيطية

L_k : طول الفئة الوسيطية

مثال 4: التوزيع التكراري التالي يمثل اعمار عينة من 90 طالب. المطلوب تقدير متوسط العمر باستخدام الوسيط.

Classes	f_i
Less than 6	3
6 –	6
7 –	9
8 –	12
9 –	**20**
10 –	18
11 –	17
12 or more	5

الحل:

Classes	f_i	الحدود العليا للفئات	F_i		
Less than 6	3	Less than 6	3		
6 –	6	Less than 7	9		
7 –	9	Less than8	18		
8 –	12	Less than9	30	← F_{k-1}	←F_k=45
9 –	**20**	**Less than 10**	**50**	← $\mathbf{F_{k+1}}$	
10 –	18	Less than11	68		
11 –	17	Less than12	85		
12 or more	5	Less than ∞	90		
	90				

$\mathrm{F}_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{2} = \frac{90}{2} = 45$ ترتيب الوسيط

الفئة الوسيطية هي(ــ 9) وحدها الادنى يساوي 9 وطولها يساوي 1.

$$Me = h_k + \frac{F_k - F_{k-1}}{f_k} \times L_k$$

$$Me = 9 + \frac{45 - 30}{20} * 1 = 9 + \frac{15}{20} = 9 + 0.75 = 9.75$$

ويمكن حساب الوسيط من التوزيع المتجمع النازل ايضا

- عمل توزيع تكراري متجمع نازل.
- حساب ترتيب الوسيط الذي يكون $\mathrm{F}_k = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i}{2}$.
- تثبيت ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة النازلة. ثم تحديد التكرار المتجمع النازل السابق لترتيب الوسيط (F_{k-1}^*)، والتكرار المتجمع النازل اللاحق لترتيب الوسيط (F_{k+1}^*).
- تحديد الفئة الوسيطية باعتبارها الفئة التي تقابل التكرار المتجمع النازل السابق لترتيب الوسيط (F_{k-1}^*).
- يحسب الوسيط وفق الصيغة الاتية: $Me = h_k + \frac{F_{k-1}^* - F_k}{f_k} \times L_k$

حيث ان:

h_k : الحد الادنى للفئة الوسيطية

F_{k-1}^* : التكرار المتجمع النازل السابق لترتيب الوسيط

f_k : تكرار الفئة الوسيطية

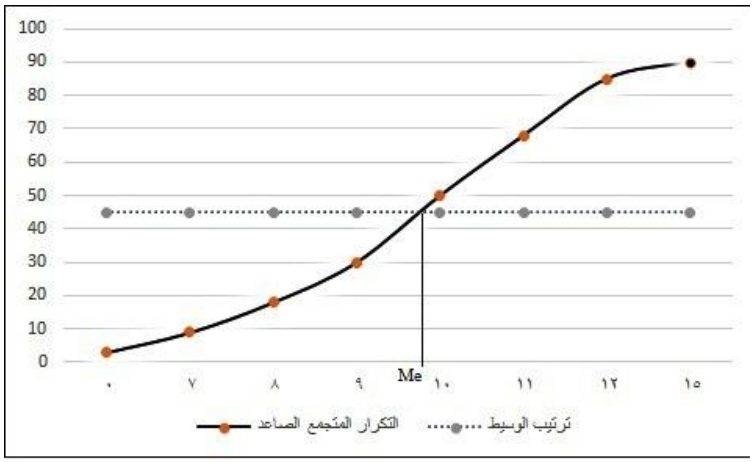
L_k : طول الفئة الوسيطية

Classes	f_i	الحدود الدنيا للفئات	F_i^*	
Less than 6	3	more than or = -∞	90	
6 ــ	6	more than or = 6	87	
7 ــ	9	more than or = 7	81	
8 ــ	12	more than or = 8	72	
9 ــ	**20**	more than or = **9**	**60**	$\leftarrow \boldsymbol{F_{k-1}^*}$ $\leftarrow F_k$=45
10 ــ	18	more than or = 10	40	$\leftarrow F_{k+1}^*$
11 ــ	17	more than or = 11	22	
12 or more	5	more than or = 12	5	
	90			

$$Me = h_k + \frac{F_{k-1}^* - F_k}{f_k} \times L_k = 9 + \frac{60 - 45}{20} \times 1 = 9.75$$

3- حساب الوسيط بيانياً للتوزيع التكراري

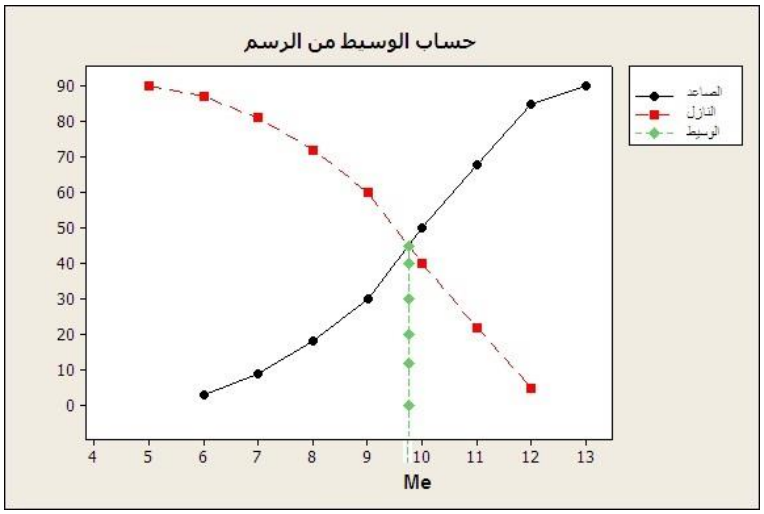
- يرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد على المحور العمودي، والحدود العليا للفئات ترسم على المحور الافقي.
- يحسب ترتيب الوسيط F_k، ويثبت على المحور العمودي، ومنه يرسم خط افقي موازٍ للمحور الافقي سيتقاطع مع منحنى التكرار المتجمع الصاعد.
- من نقطة التقاطع ينزل عمود على المحور الافقي وسيتقاطع معه في نقطة هي الوسيط.



ويمكن ايجاد الوسيط ايضا

- يرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد على المحور العمودي، وحدود الفئات ترسم على المحور الافقي.
- يرسم منحنى التكرار المتجمع النازل على المحور العمودي، وحدود الفئات ترسم على المحور الافقي.
- من نقطة تقاطع الرسمين ينزل عمود على المحور الافقي وسيتقاطع معه في نقطة هي الوسيط.

للمثال 4 يكون:



مزايا الوسيط	عيوب الوسيط
1- سهولة حسابة وبساطة فكرته.	1- لا يخضع للعمليات الجبرية.
2- يمكن تقديره عن طريق التخمين.	2- يتأثر باخطاء المعاينة.
3- لايتاثر بالقيم الشاذة (الكبيرة جدا والصغيرة جدا)	3- لا يعتمد في حسابه على جميع البيانات.
4- يمكن حسابه للتوزيعات التكرارية المفتوحة.	
5- يمكن تعيينه هندسياً.	
6- يمكن حسابه للبيانات الوصفية.	

تمارين الوسيط (كل طالب يغير الفئات فقط)

1- التوزيع التكراري الاتي يمثل عدد النداءات الهاتفية العاجلة التي استقبلتها مستشفى خلال مدة شهر واحد. جد الوسيط لعدد النداءات

Classes	f_i
0 – 4	12
5 – 9	36
10 – 14	56
15 – 19	51
20 – 24	44

2- التوزيع التكراري ادناه لكميات الكهرباء المستهلكة (كيلو واط) من قبل 40 دار سكنية خلال شهر. جد الوسيط لكمية الكهرباء المستهلكة بطريقتين.

Classes	f_i
800 –	7
900 –	8
1000 –	15
1100 –	5
1200 –	3
1300 or more	2

3- جد الوسيط للتوزيع التكراري التالي حسابياً وبيانياً بثلاث طرق.

Classes	f_i
10 –	3
30 –	8
65 –	10
70 –	15
80 –	22
85 –	20
90 – 98	14

المنوال Mode

هو احد مقاييس النزعة المركزية، وهو القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها، ويمكن ان يكون للمجتمع الاحصائي اكثر من منوال واحد اذا تكررت اكثر من قيمة واحدة بنفس العدد من المرات بحيث يكون هذا التكرار هو الاكبر، ويحدث ذلك في المجتمعات غير المتجانسة. كما ان هناك مجتمعات احصائية ليس لها منوالاً. ويرمز له بالرمز (Mo).

1- حساب المنوال للبيانات غير المبوبة

مثال 1: احسب المنوال لمجموعات البيانات الاتية:

A- 19 **18** 17 20 **18** 21 19 **18** 22

الحل: ان العدد 18 تكرر 3 مرات، اي اكثر من غيره لذا فانه المنوال (Mo = 18)

B- **10** 11 12 9 **10** 4 3 **5** 6 2 **5**

الحل: ان العددين 10و5 تكررا مرتين اي اكثر من غيرهما لذا فهنا **يوجد منوالين**

(Mo = 10) and (Mo = 5)

C- 12 15 16 11 10 9

الحل: لايوجد عدد تكرر اكثر من غيره لذا **لايوجد منوال** لهذه البيانات

2- حساب المنوال للبيانات المبوبة

أ- حساب المنوال للتوزيعات التكرارية المتقطعة

- اذا كان التوزيع التكراري منتظماً (فئاته متساوية الطول) فان الفئة المنوالية هي التي تقابل اكبر تكرار.
- اذا كان التوزيع التكراري غير منتظم (فئاته ليست متساوية الطول) فان الفئة المنوالية هي التي تقابل اكبر تكرار معدل (التكرار المعدل يساوي التكرار الاصلي مقسوما على طول الفئة المقابلة له اي ان $f_i^* = f_i/L_i$)
- يحسب المنوال باعتباره مركزا للفئة المنوالية

مثال 2: للتوزيع التكراري الاتي احسب المنوال.

Classes	f_i	
60 – 74	2	
75 – 89	6	
90 – 104	14	اكبر تكرار←
105 – 119	10	
120 – 134	8	

الفئة المنوالية

الحل : نلاحظ ان التوزيع منتظم لذا فان المنوال يكون: $Mo = \frac{90+104}{2} = \frac{194}{2} = 97$

مثال 2: للتوزيع التكراري الاتي احسب المنوال.

Classes	f_i
5 – 9	2
10 – 14	6
15 – 24	10
25 – 34	22
35 – 49	27
50 – 59	11

الحل: نلاحظ ان الفئات غير متساوية بالطول لذا يجب تعديل التكرارات قبل حساب المنوال

Classes	f_i	L_i طول الفئة	f_i^* التكرار المعدل	
5 – 9	2	5	2/5= 0.4	
10 – 14	6	5	6/5= 1.2	
15 – 24	10	10	10/10=1	
25 – 34	22	10	22/10= 2.2	اكبر تكرارمعدل←
35 – 49	27	15	27/15= 1.8	
50 – 59	11	10	11/10= 1.1	

الفئة المنوالية

$Mo = \frac{25+34}{2} = \frac{59}{2} = 29.5=30$

تمرين: للتوزيعين التكرارين الاتيين احسب المنوال.

A

Classes	f_i
0 – 4	12
5 – 9	36
10 – 14	56
15 – 19	51
20 – 24	44

B

Classes	f_i
0 – 8	10
9 – 21	11
22 – 34	13
35 – 39	8
40 – 50	9

ب- حساب المنوال للتوزيعات التكرارية المستمرة

- اذا كان التوزيع التكراري منتظم (فئاته متساوية الطول) فان الفئة المنوالية هي التي تقابل اكبر تكرار.
- اذا كان التوزيع التكراري غير منتظم (فئاته ليست متساوية الطول) فان الفئة المنوالية هي التي تقابل اكبر تكرار معدل (التكرار المعدل يساوي التكرار الاصلي مقسوما على طول الفئة المقابلة له اي ان $f_i^* = f_i/L_i$)
- يحسب المنوال وفق الصيغة الاتية:

$$Mo = h_k + \frac{(f_k - f_{k-1})}{(f_k - f_{k-1}) + (f_k - f_{k+1})} \times L_k = h_k + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L_k$$

حيث ان:

h_k : الحد الادنى للفئة المنوالية

L_k : طول الفئة المنوالية

f_k : تكرار الفئة المنوالية او التكرار المعدل للفئة المنوالية (اعلى تكرار او اعلى تكرار معدل)

f_{k-1} : التكرار السابق للفئة المنوالية او التكرار المعدل السابق للفئة المنوالية

f_{k+1} : التكرار اللاحق للفئة المنوالية او التكرار المعدل اللاحق للفئة المنوالية

مثال 4: التوزيع التكراري الاتي يبين توزيع اعمار عدد من المرضى الراقدين في احدى المستشفيات . المطلوب ايجاد العمر الشائع للمريض في هذه المجموعة.

Classes	f_i
Less than 20	2
20 –	8
30 –	16
40 –	17
50 –	23
60 – 70	14

الحل :ان الجدول التكراري اعلاه منتظم

	Classes	f_i	
	Less than 20	2	
	20 –	8	
	30 –	16	
	40 –	17	f_{k-1}
الفئة المنوالية	50 –	23	اكبر تكرار f_k
	60 – 70	14	f_{k+1}

$$Mo = h_k + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L_k$$

$$d_1 = (f_k - f_{k-1}) = 23 - 17 = 6$$

$$d_2 = (f_k - f_{k+1}) = 23 - 14 = 9$$

$$Mo = 50 + \frac{6}{6+9} \times 10 = 50 + \frac{60}{15} = 54$$

مثال 5: للتوزيع التكراري ادناه. احسب المنوال.

Classes	f_i
5 –	2
10 –	6
15 –	10
25 –	22
35 –	27
50 – 60	11

الحل :ان الجدول التكراري اعلاه غير منتظم لذا سنستخدم التكرار المعدل

Classes	f_i	L_i	f_i^*	
5 –	2	5	2/5= 0.4	
10 –	6	5	6/5= 1.2	
15 –	10	10	10/10= 1	f_{k-1}
25 –	22	10	22/10= 2.2	اكبر تكرار معدل f_k
35 –	27	15	27/15= 1.8	f_{k+1}
50 – 60	11	10	11/10= 1.1	

الفئة المنوالية

$$Mo = h_k + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L_k$$

$$d_1 = (f_k - f_{k-1}) = 2.2 - 1 = 1.2$$

$$d_2 = (f_k - f_{k+1}) = 2.2 - 1.8 = 0.4$$

$$Mo = 25 + \frac{1.2}{1.2 + 0.4} \times 10 = 25 + \frac{12}{1.6} = 32.5$$