



## Contents :

1. Solution of Nonlinear Equations
2. Numerical Integration
3. Numerical Solution of Ordinary Differential Equations
4. Interpolation Polynomials
5. Numerical Differentiation

## References :

1. Henrici, P., (2014), "Element of Numerical Analysis".
2. Williams, P.W., (2018), " Numerical Computational".
3. Cheney, W., and Kincaid (2020), "Numerical Mathematics and Computing".

## 1. Solution of Nonlinear Equation

المعادلة اللاخطية: هي المعادلة التي تحتوي على قوى مختلفة ل( $X$ ) او دوال مثلثية او اسية او لوغاريتمية.

### For Example:

$$y = x - e^x$$

$$y = \cos x - \ln x$$

$$y = x^4 - 3x^3 + x - 2$$

**The Solution of Nonlinear Equation :** means finding its roots (points that intersected with the x-axis).

### ملاحظة:

- بالنسبة للمعادلات اللاخطية لا توجد صيغة مبسطة لحساب جذور المعادلة بل تكون الطرق التحليلية المتبعة عشوائية وتعطي حل تقريبي.
- المعادلات اللاخطية التي سوف تأخذ بنظر الاعتبار هي المعادلات من متغير واحد فقط ( $x$ ).
- في حالة وجود دوال مثلثية حول نظام الحاسبة الى  $radian$ .



There are several methods to solution of nonlinear equations, its:

### 1.1 Simple Iterative Method : طريقة التكرار البسيط

1. اذا كانت لدينا معادلة بالصيغ  $f(x)=0$  يجب إعادة كتابتها بالشكل التالي  $x_{i+1}=g(x_i)$  حيث ان  $g(x_i)$  هو المتبقي من المعادلة الأصلية بعد نقل ال  $(x)$  الى الطرف الآخر.

**For Example:  $y = x^3 - x + 3$**

$$x^3 - x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad x = x^3 + 3$$

$$x_{i+1} = x_i^3 + 3 \quad \rightarrow \quad g(x_i) = x_i^3 + 3$$

2. عوض قيمة ال  $(x_0)$  البدائية بالصيغة  $g(x_i)$  واحسب قيمة  $(x_1)$ .

3- قارن قيمة  $(x_1)$  مع  $(x_0)$  فاذا كان الفرق بينهما صغيرا جدا وضمن الدقة المطلوبة فتوقف، وبعكسه عوض قيمة  $(x_1)$

بالصيغة  $g(x_i)$  الى ان يكون الفرق بين  $(x_i)$  و  $(x_{i+1})$  ضمن الدقة المطلوبة.



**Example (1):** Find the root of the following equation  $y = e^{-x} - x$ , use  $x_0 = 0$  as an initial value and 4-digits as accuracy?

**Solve:**

$$y = e^{-x} - x$$

$$e^{-x} - x = 0 \quad \rightarrow \quad x = e^{-x}$$

$$x_{i+1} = e^{-x_i} \quad \rightarrow \quad x_1 = e^{-x_0}$$

$$x_1 = e^{-0} = 1 \quad \rightarrow \quad 0 \neq 1$$

$$x_2 = e^{-1} = 0.3679 \quad \rightarrow \quad 1 \neq 0.3679$$

$$x_3 = e^{-0.3679} = 0.6921 \quad \rightarrow \quad 0.3679 \neq 0.6921$$

..... continuous

$$\therefore r = 0.5671$$

$i$	$x_i$	$x_{i+1}$
0	0	1
1	1	0.3679
2	0.3679	0.6921
3	0.6921	0.5005
4	0.5005	0.6062
5	0.6062	0.5454
6	0.5454	0.5796
.....	.....	.....
14	0.5671	0.5671



**Example (2): Find the root of the following equation  $y = 2x^3 - 7x + 2$ , use  $x_0 = 1$  as an initial value and 4-digits as accuracy?**

$$y = 2x^3 - 7x + 2$$

$$2x^3 - 7x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2x^3 + 2}{7}$$

$$x = \frac{2}{7}(x^3 + 1)$$

$$x_{i+1} = \frac{2}{7}(x_i^3 + 1)$$

..... continuous

$$\therefore r = 0.2929$$

$i$	$x_i$	$x_{i+1}$
0	1	0.5714
1	0.5714	0.3390
2	0.3390	0.2968
3	0.2968	0.2932
4	0.2932	0.2929
5	0.2929	0.2929

**H.W:** Find the root of the following equation by using Simple Iterative Method:

1)  $f(x) = x - \cos x$ ,  $x_0 = 0$ , **Ans.:  $r = 0.739$**

2)  $x^2 - 4 = \ln x$ ,  $x_0 = 1$ , **Ans.:  $r = 2.1868$**

3)  $2x^5 - 2x - 1 = 0$ ,  $x_0 = 0$ , **Ans.:  $r = -0.5505$**

4)  $4x = e^x$ ,  $x_0 = 0$ , **Ans.:  $r = 0.3573$**