



عنوان المحاضرة : Linear First Order Differential Equation

(26)

Linear First order Differential equation

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad \text{General form of linear equations.}$$

$P(x)$: The function adjacent to (y) when the coefficient of $\frac{dy}{dx} = 1$.

هو الدالة المجاورة لـ y عندما يكون معامل $\frac{dy}{dx}$ يساوي واحد.

$Q(x)$: The right side function is free from (y) and its derivatives when the coefficient of $(\frac{dy}{dx})$ is equal to 1.

هو الدالة في الجهة اليمنى وإكاليه من المتغير y ومشتقاته عندما
معامل $(\frac{dy}{dx})$ يساوي 1.

$$\phi = e^{\int P(x) dx} \quad \text{و يكون اكل كالآتي :-}$$

$$\phi \cdot y = \int \phi Q dx.$$

Ex: Find a general solution of each the following equations:

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} + 2y = e^{-x} \quad \text{Linear DE.}$$



عنوان المحاضرة : Linear First Order Differential Equation

(27)

$$\therefore P=2, \quad Q=e^{-x}$$

$$\phi = e^{\int P dx} = e^{\int 2 dx} = e^{2x}$$

$$y \phi = \int \phi Q dx$$

$$y e^{2x} = \int e^{2x} \cdot e^{-x} dx = \int e^x dx$$

$$y e^{2x} = e^x + C.$$

$$(2) \quad 2 \frac{dy}{dx} - y = e^{x/2} \quad] \div 2$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{2} y = \frac{1}{2} e^{x/2}.$$

$$P = -\frac{1}{2}, \quad Q = \frac{1}{2} e^{x/2}.$$

$$\phi = e^{\int P dx} = e^{\int -\frac{1}{2} dx} = e^{-x/2}.$$

$$\phi y = \int \phi Q dx$$

$$e^{-x/2} \cdot y = \int e^{-x/2} \cdot \frac{1}{2} e^{x/2} dx$$

$$e^{-x/2} \cdot y = \frac{x}{2} + C.$$



عنوان المحاضرة : Linear First Order Differential Equation

(28)

$$(3) \quad dy - y dx - x dx = 0$$

$$\frac{dy}{dx} + p(x)y = Q(x) \quad (\text{general form of linear equation}).$$

$$dy - y dx - x dx = 0 \quad \div dx$$

$$\frac{dy}{dx} - y - x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} - y = x.$$

$$\therefore p = -1, \quad Q = x$$

$$\phi = e^{\int p dx} = e^{\int -1 dx} = e^{-x}$$

$$\phi y = \int \phi \cdot Q \cdot dx$$

$$e^{-x} y = \int e^{-x} \cdot x \cdot dx$$

حالة خاصة :- ان تكامل ضرب والسيء اما ان يحل بطريقة (u.dv) او عن طريق الجدول . فنهنا سوف نجزئ التكامل بالطريقة (u.dv).

$$\int e^{-x} x dx \quad \text{use (u.dv) to solve integral}$$

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v du$$

$$\text{let } u = x \Rightarrow du = dx$$

$$dv = e^{-x} \Rightarrow v = -e^{-x}$$



(29)

$$e^{-x} y = (-x \cdot e^{-x} - \int -e^{-x} dx)$$

$$e^{-x} y = (-x \cdot e^{-x} - e^{-x} + c)$$

وبالأمان حلها أيضاً بطريقة الجداول الحوض أو دالة .

تكملة	اشتقاق
e^{-x}	x
$-e^{-x}$	$+$
e^{-x}	$-$
	0

$$\therefore \int e^{-x} \cdot x = -x \cdot e^{-x} - e^{-x}.$$