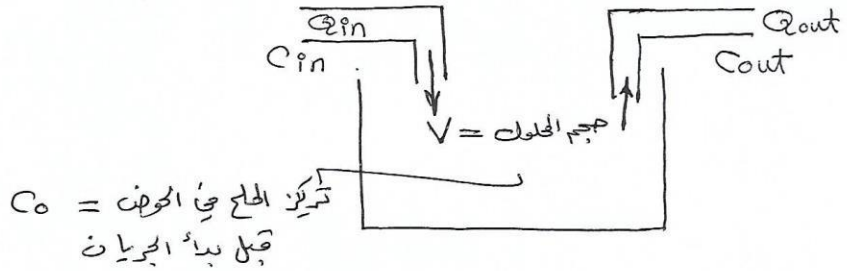
ثانياً :- حساب كمية الاملاح المتجمعة في الحوض :-

لنفرض انه لدينا حوض يحتوي على ماء مالح بتركيز ملح معين ليكن (C_o) ، الآن أذا أضفنا ماء مالح بتصريف (Q_{in}) وبتركيز معين للأملاح ليكن (C_{in}) ، فأن الذي يحدث ان الماء داخل الحوض تزداد ملوحته وهذة الزيادة مرتبطة مع الزمن ، لذلك حساب مقدار كمية الملح داخل الحوض يتغير مع الزمن ويحسب من خلال المعادلة :-

$$\frac{dx}{dt} = Q_{in} * C_{in} - Q_{out} * C_{out}$$



حيث ان :-

Q_{in} التصريف الداخل الى الحوض (وحدته = $\left(\frac{\text{وحدة الحجم}}{\text{وحدة الزمن}}\right)$ ،

C_{in} تركيز الملح في الماء الداخل للحوض (وحدته = $\left(\frac{\text{وحدة كمية}}{\text{وحدة حجم}}\right)$ ،

Q_{out} التصريف الخارج من الحوض (وحدته = $\left(\frac{\text{وحدة الحجم}}{\text{وحدة الزمن}}\right)$

C_{out} تركيز الملح في الماء الخارج من الحوض وهو متغير لان الماء الخارج من الحوض يتغير فيه كمية الملح فيه مع الزمن ، ويحسب من خلال المعادلة التالية :-

$$C_{out} = \frac{X}{V + (Q_{in} - Q_{out}) \cdot t}$$

حيث ان :-

X كمية الملح المتجمعة داخل الحوض بدلالة الزمن .

E-mail : marwan.abbas.madhloom@uomus.edu.iq

(36)

V : حجم المحلول في الوعاء .

ملاحظة : اذا كان في السؤال ان التصريف يساوي الواحد .
فأن المعادلة السابقة تصبح :-

$$C_{out} = \frac{X}{V} = \frac{\text{وحدة كتلة}}{\text{وحدة حجم}}$$

ملاحظة :- كتلة الملح في الوعاء قبل الاضافة $= C_0 * V$ عندما $t = 0$.

وحدة الحجم = m^3, liters, gal
وحدة الوزن = N, KN, lb
وحدة الزمن = sec, min, hour

خطوات الحل :

1- نطبق المعادلة العامة :

$$\frac{dx}{dt} = Q_{in} C_{in} - Q_{out} C_{out}$$

Q_{in}, C_{in}, Q_{out} يعطون في السؤال

$$C_{out} = \frac{X}{V + (Q_{in} - Q_{out}) \cdot t} \qquad Q_{in} \neq Q_{out}$$

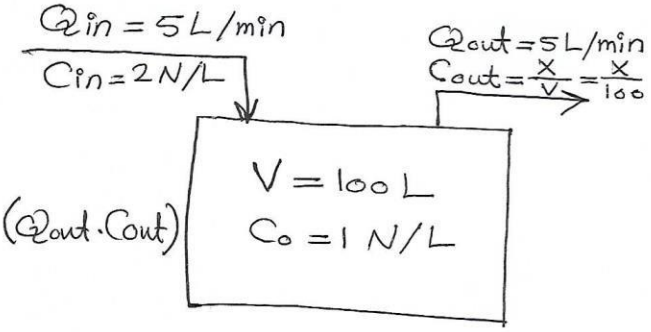
$$C_{out} = \frac{X}{V} \qquad Q_{in} = Q_{out}$$

2- بعد تطبيق المعادلة العامة ينتج لنا معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى تحل بطريقة (Seperable) وهي أحدى الطرق السابقة للحل.

3- بعد أجراء التكامل نحصل على ثابت تكامل نكيف أيجاد قيمته باستخدام (Boundary Conditions) .

E-mail : marwan.abbas.madhloom@uomus.edu.iq

Ex: A tank is initially filled with (100 Liter) of salt solution containing (1 N/Liter). Fresh brine containing (2 L/min) of salt running in the tank of rate of (5L/min) and the mixture kept practically uniform and runs out at the same rate. Find the amount of salt in the tank at any time.



ملاحظة: قد يختلف الرسم وترسمه حسب معلومات السؤال المعطاه.

Solution:-

$$\frac{dx}{dt} = (Q_{in} \cdot C_{in}) - (Q_{out} \cdot C_{out})$$

$Q_{out} = Q_{in} \Rightarrow$ (the mixture kept practically uniform and runs out at the same rate).

$\therefore C_{out} = \frac{X}{V} = \frac{X}{100}$.

$$\therefore \frac{dx}{dt} = (5*2) - (5*\frac{X}{100})$$

$$\frac{dx}{dt} = 10 - 0.05X \Rightarrow \frac{dx}{10-0.05X} = dt$$

$$\int \frac{dx}{10-0.05X} = \int dt$$

E-mail : marwan.abbas.madhloom@uomus.edu.iq

(38)

$$\frac{1}{-0.05}\ln(10-0.05x)=t+c \quad \Big\} *^{-0.05}$$

$$\ln(10-0.05x)=-0.05t-0.05c \quad]$$ ناخذ e للطرفين

$$10-0.05x=e^{-0.05t-0.05c}$$

$$10-0.05x=e^{-0.05t}\cdot e^{0.05c} \qquad \Big\{ e^{0.05c}=A \Big\}$$

$$10-0.05x=A\,e^{-0.05t}$$

$$\boxed{x=200-20A\,e^{-0.05t}}$$

Apply boundary condition $\Rightarrow$ at $t=0$

$$x=C_0\cdot V=1\cdot 100=100N$$

$$100=200-20A\,e^{-0.05*0} \Rightarrow A=5$$

$$x=200-100\,e^{-0.05t} \quad \text{at any time.}$$

ملاحظة: اذا طلب كمية الملح المتجمعة في الحوض بعد مرور (5 دقيقة) فما علينا سوى تعويض ($t=5$)

$$x=200-100\,e^{-5/20} \Rightarrow x=\checkmark$$

أما اذا طلب الزمن الذي تجمع فيه كمية الملح داخل الحوض فمثلاً (160N) تعوض ($x=160$)

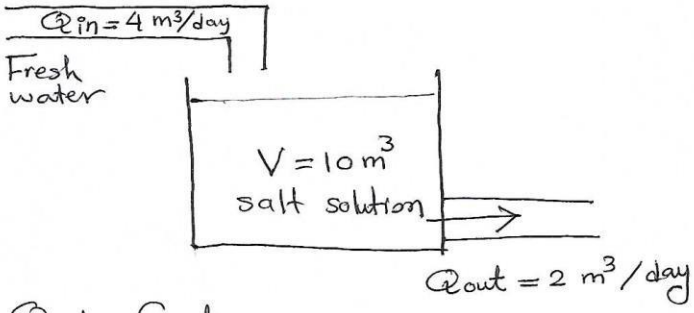
$$160=200-100\,e^{-t/20}$$

$$\therefore t=16.3 \text{ sec.}$$

E-mail : marwan.abbas.madhloom@uomus.edu.iq

Ex: For the tank shown in figure below, if the amount of salt in the tank after (5 days) is (2N). Find the amount of salt in the tank at any time, then find the initially amount of salt in the tank.

Solution:



$$\frac{dx}{dt} = Q_{in} \cdot C_{in} - Q_{out} \cdot C_{out}$$

$C_{in} = 0$ from figure (Fresh water).

$\because Q_{out} \neq Q_{in}$

$$C_{out} = \frac{X}{V + (Q_{in} - Q_{out}) \cdot t} = \frac{X}{10 + (4-2)t}$$

$$= \frac{X}{10 + 2t}.$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = 4 * 0 - 2 * \frac{X}{10+2t}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{X}{10+2t}$$

$$\int \frac{dx}{dt} = \int \frac{X}{10+2t}\, dt$$

E-mail : marwan.abbas.madhloom@uomus.edu.iq

$$\ln(x) = -\ln(10+2t) + c$$

$$\ln(x) + \ln(10+2t) = c$$

$$\ln(x\cdot(10+2t)) = c \quad \} \quad \text{نأخذ } e \text{ للطرفين}$$

$$x(10+2t) = e^{c} = A \quad \{A = e^{c}\}$$

$$x = \frac{A}{(10+2t)}$$

Apply boundary condition $\Rightarrow$ at $t = 5$ days

$x = 2N$

$$2 = \frac{A}{(10+2(5))} \Rightarrow A = 40$$

$$\therefore x = \frac{40}{10+2t} \text{ at any time}$$

at initially $\Rightarrow t = 0 \Rightarrow x = \frac{40}{10+2*0} = 4N$