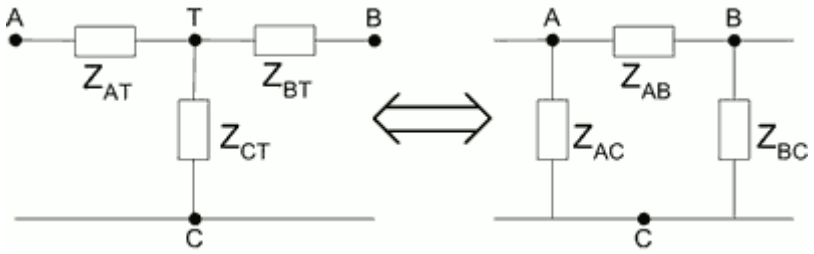
التحويل بين الربط $Y - \Delta$ (Delta-star and star-delta transformations)

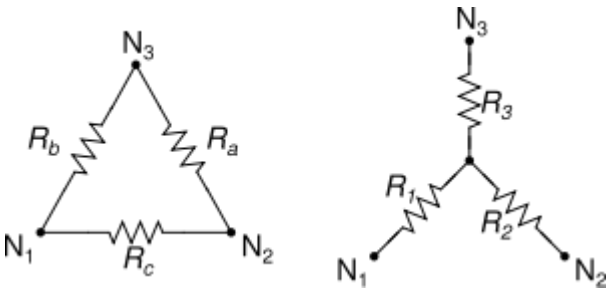
Delta -Star transform - او التحويل النجمي-المثلثي المستخدم لتسهيل تحليل الدوائر الكهربائية وحل المسائل المتعلقة بها، يعرف ايضا بـ wye-delta والعديد من الاسماء الأخرى، هو طريقة رياضية لتحليل الشبكات الكهربائية، الإسم مشتق من شكل الدوائر الكهربائية ، التي تشبه حرف Y و الحرف اللاتيني Δ.



الفكرة الأن، هي إنه لدينا (ضمن الدائرة الكهربائية) شبكة تكون أما على شكل Y او على شكل دلتا، فنقوم نحن بتحويلها من شكل إلى آخر لتبسيط احتساب التيار الكلي الداخل إلى الدائرة (مثلا) أو أي معلومة اخرى نود أن نعرفها عن الدائرة الكهربائية،

التحويل رياضي فقط، يعني إن مثل هذا التحويل لا يجري على أرض الواقع، ولكنه في نفس الوقت لن يغير من الممانعة (المقاومة) الكلية للدائرة شيء ولن يغير بسبب ذلك كمية التيار الداخل للدائرة أو فرق الجهد المقاس على أي طرف من أطراف الدائرة الكهربائية، في النهاية الغرض من التحويل هو (تبسيط) الدائرة لجعلها متاحة للتحليل والاحتساب بالقوانين الاعتيادية في الكهرباء (اما تحويلها إلى ممانعات متوازية او متوالية)

التحويل الرياضي، يتضمن احتساب قيم الممانعات الجديدة (في الشكل المحول) من خلال قيم الممانعات الثلاثة الاصلية، وربما تحتاج إلى عمل أكثر من تحويل لكي تجعل الحساب سهلا ومباشراً. هذا الشكل سوف نعمل عليه في التحويل:



التحويل من ربط دلتا إلى ربط ستار

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c},$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c},$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}.$$

اما التحويل من ربط ستار إلى ربط دلتا

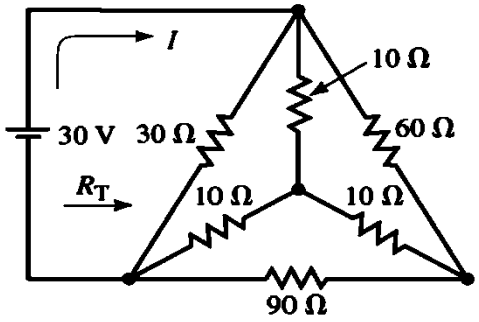
$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1},$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2},$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}.$$

Example 1:

Given the circuit of Figure, find the total resistance, RT, and the total current,I.

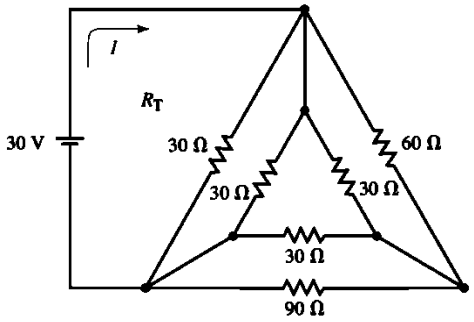


Solution:

$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1},$$

$$R_a = \frac{10 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 10}{10}$$

$$R_a = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$



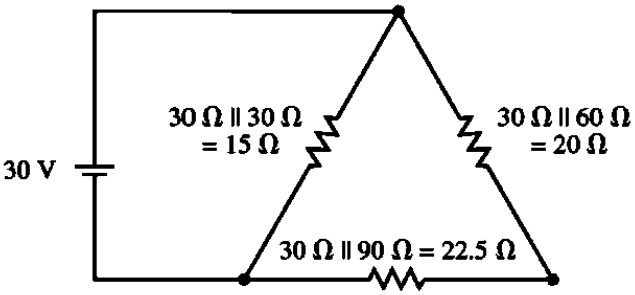
And since that all the resistances have the same value 10 Ω

Then $R_a = R_b = R_c = 30\ \Omega$

The value of $30//60 = \frac{30\times60}{30+60} = 20\ \Omega$

$$30//30 = \frac{30\times30}{30+30} = 15\ \Omega$$

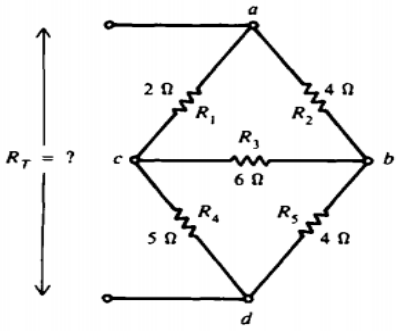
$$30//90 = \frac{30\times90}{30+90} = 22.5\ \Omega$$



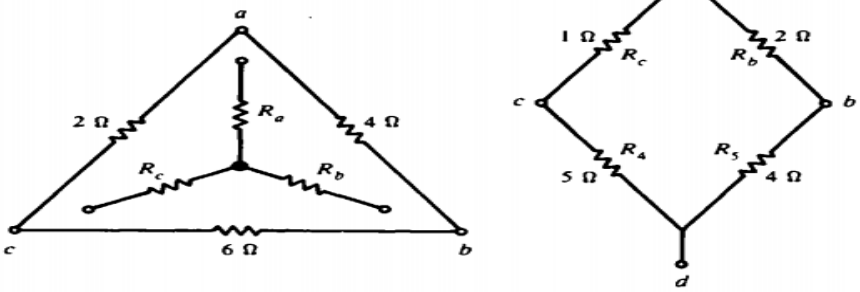
$$R_T = 15//(20 + 22.5)$$

$$R_T = 15//42.5 = \frac{15\times42.5}{15+42.5} = 11.09\ \Omega$$

Example 2: use network conversion to find the equivalent or total resistance R_T between a and b in a circuit consisting of two deltas



Solution:



$$R_a = \frac{2\times4}{2+4+6} = \frac{8}{12} = 0.667\ \Omega$$

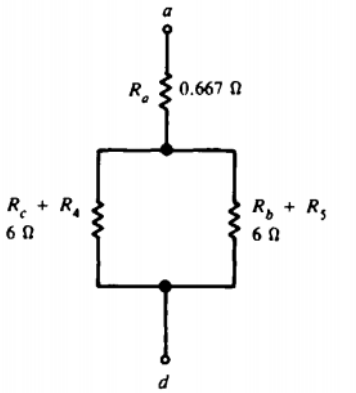
$$R_b = \frac{4\times6}{2+4+6} = \frac{24}{12} = 2\ \Omega$$

$$R_c = \frac{2 \times 6}{2 + 4 + 6} = \frac{12}{12} = 1\ \Omega$$

Simplify the series parallel circuit, we have

$$R_c + R_4 = 1 + 5 = 6\Omega$$

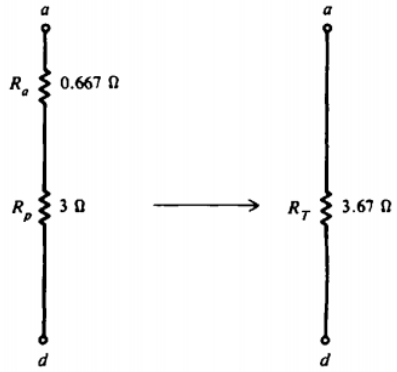
$$R_b + R_5 = 1 + 5 = 6\Omega$$



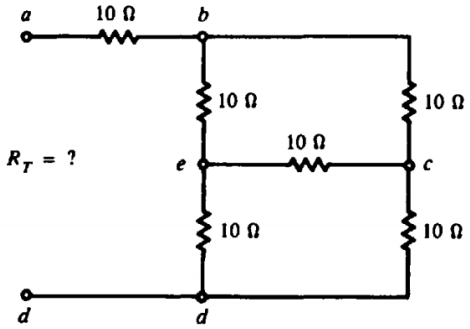
Next combine the parallel branches, R_c+R_4 and R_b+R_5

$$R_p = \frac{6}{2} = 3\ \Omega$$

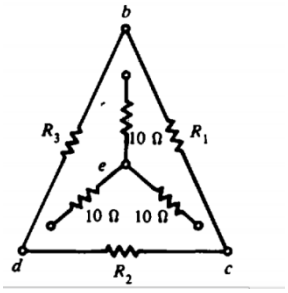
$$R_T = R_a + R_p = 0.667 + 3 = 3.67$$



Example 3: Reduce the bridge circuit shown below **to** a single equivalent input resistance at terminals **a** and **d.**



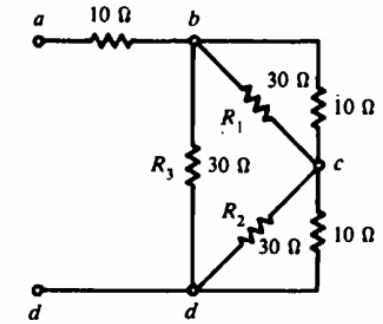
Solution: transform the star netwrok into its equivalent delta



$$R_1 = \frac{10 \times 10 + 10 \times 10 + 10 \times 10}{10} = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{300}{10} = 30\ \Omega$$

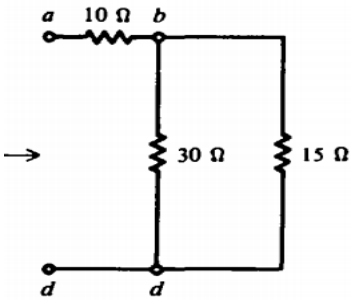


$$R_{bc} = 10//30 = \frac{10 \times 30}{10 + 30} = 7.5\ \Omega$$

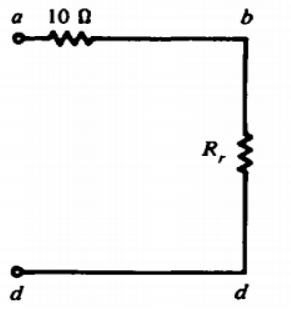
$$R_{cd} = 10//30 = \frac{10 \times 30}{10 + 30} = 7.5\ \Omega$$

The series resistances

$R_s = 7.5 + 7.5 = 15\ \Omega$



the parallel resistances R_r



$$R_r = 15//30 = \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10\ \Omega$$

Then the total resistance equal R_T

$$R_T = 10 + 10 = 20\ \Omega$$