قسم إدارة الاعمال
اقتصاديات الاعمال
مدرس المادة : د رياض الحسني

المحاضرة السابعة

دالة الإنتاج

Production Function

هي العلاقة الفنية التي تربط بين المدخلات والمخرجات ،اذ انها تبين مقدار الكمية المتوقع الحصول عليها فيما اذا استخدم في انتاجها مقادير معينة من عناصر الانتاج المتوفرة ، او هي العلاقة المادية بين كميات الموارد الداخلة في عملية الانتاج وبين ما ينتج من سلع وخدمات في فترة زمنية معينة بغض النظر عن اسعار السلع المنتجة .

ويمكن التعبير عن دالة الانتاج رياضيا :

Q=f(L,K,A...)

تسمى هذه الدالة بدالة كوب دوجلاس حيث ان:

Q: تمثل كمية الانتاج

A,L,K : تمثل الكميات المستخدمة من عناصر الانتاج (راس المال ،العمل ،الارض)

ويمكن زيادة الانتاج الى حد معين بزيادة الكمية المستخدمة من عنصر معين من عناصر الانتاج مع بقاء العناصر الاخرى ثابتة ،فالقمح مثلا يمكن انتاجه باستخدام كمية معينة من الاسمدة ،أي ان الانتاج يمكن ان يتغير بتغير كمية القمح وبين كمية السماد المستخدمة أي يزداد بزيادته وينقص بنقصانه بمعنى ان هناك علاقة طردية بين انتاج القمح وبين كمية السماد المستخدمة.

الاجل القصيرShort Run

هذه الفترة الزمنية القصيرة التي لا يمكن للمنتج من خلالها تغيير كل عناصر الانتاج بهدف تغيير الانتاج ، أي لا يمكنه ان يغير بعض العوامل فقط ،مثلا لا يمكن للمنتج خلال شهر ان يغير المبنى المقام عليه المصنع بينما يستطيع ان يغير بعض العناصر الاخرى مثل تشغيل عمال جدد لذلك يمكن القل ان دالة الانتاج في الاجل القصير توضح التغير في الكمية المنتجة من

السلعة عند تغير احد العوامل مع ثبات العوامل الاخرى للإنتاج الداخلة في العملية الانتاجية ويمكن صياغة الدالة كالاتي:

Q =f(L,A*,K*)

نلاحظ من الدالة اعلاه ثبات عنصري الارض وراس المال وان العمل هو العنصر المتغير.

الاجل الطويلLong Run

هو الفترة الزمنية الطويلة التي تسمح للمنتج ان يغير كل عناصر الانتاج بما في ذلك حجم الانتاج والمبنى المقام عليه المصنع او زيادة مساحة الارض ....الخ .

دالة الانتاج في الاجل القصير

ان دالة الانتاج في الاجل القصير تتميز بوجود عنصر متغير واحد مع افتراض ثبات العناصر الاخرى واذا بقيت الكميه المستخدمة من عناصر الانتاج ثابتة عند مستوى معين وقمنا بتغيير عنصر واحد فان الناتج الكلي (Tp) لهذه السلطة يشير الى اقصى كمية من الانتاج يمكن انتاجها باستخدام كميات مختلفة من العنصر المتغير مع الكميات الثابتة من عناصر الانتاج الاخرى أي ان دالة الانتاج في الاجل القصير تأخذ الصيغة الاتية Q=f(L) الجدول الاتي يوضح العلاقة بين اقصى ما يمكن انتاجه من سلطة معينة خلال فترة زمنية معينة وبين كمية العمل الداخلة في انتاج هذه السلطة بافتراض ثبات العناصر الاخرى.

<u>مراحل الانتاج:</u>

1- مرحلة تزايد الغلة :-

نلاحظ في هذه المرحلة انه كلما اضيفت وحدة اضافية من عناصر الانتاج (العمل مثلاً) ينتج عنها زيادة في معدل الناتج الكلي يفوق معدل الزيادة التي احدثتها الوحدة السابقة (أي انه الزيادة في حجم الانتاج اسرع من الزيادة في العنصر الانتاجي المستخدم).

2- مرحلة تناقص الغلة :-

في هذه المرحلة تكون الزيادة الحاصلة في الناتج عن اضافة وحدة اضافية واحدة من عنصر الانتاج المستخدم في العملية الانتاجية اقل من تلك الزيادة التي احدثتها سابقاً (أي ان الزيادة في حجم الانتاج الكلي اقل من الزيادة الحاصلة في عنصر الانتاج المستخدم

في العملية الانتاجية) وفي هذه الحالة اذا قمنا بإضافة وحدات من عنصر الانتاج سوف نصل الى حد تتلاشى عنده الزيادة في الناتج الكلي .

3- مرحلة التناقص المطلق :-

يلاحظ في هذه المرحلة ان الانتاج الكلي يأخذ بالتناقص المطلق عند زيادة وحدات العمل ما بعد العامل التاسع ويعود سبب ذلك الى تناقص الإنتاجية للعامل المضاف (سالبه) وهذا سوف ينعكس على مسار الناتج الكلي ويدفعه للانحراف نحو الاسفل .

مثال : إذا كان لديك الجدول التالي والذي يبين كمية الانتاج (الناتج الكلي) من الساعات لأحدى المؤسسات الانتاجية في المدى القصير والتي تستخدم عنصرين من عناصر الإنتاج هما الآلات وهو عنصر إنتاجي ثابت، والعمال وهو عنصر انتاجي متغير.

عدد الآلات	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
عدد العمال	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الناتج الكلي TPL	-	50	120	180	220	250	270	280	280	270	250

المطلوب :

1-احسب الناتج المتوسط لعنصر العمل، والناتج الحدي لعنصر العمل.

2- ارسم منحنيات الناتج الكلي والناتج الحدي والناتج المتوسط.

3- وضح العلاقة بين هذه المنحنيات الثلاثة موضحاً مراحل الإنتاج المختلفة.

الحل//

A – ان كل من الناتج المتوسط والناتج الحدي سوف يتغير تبعاً لكمية العمالة المستخدمة . وإذا كانت $Q(L)$ هو معدل الإنتاج الكلي للعمل عندما يتم استخدام عدد L من وحدات العمالة في العام ، فإن الناتج المتوسط للعمالة عند استخدام L وحدة من العمالة في العام :

$$\text{الناتج المتوسط لعنصر العمل} = \frac{\text{الناتج الكلي}}{\text{عدد العمال}}$$

$$ApL = \frac{TP}{L}$$

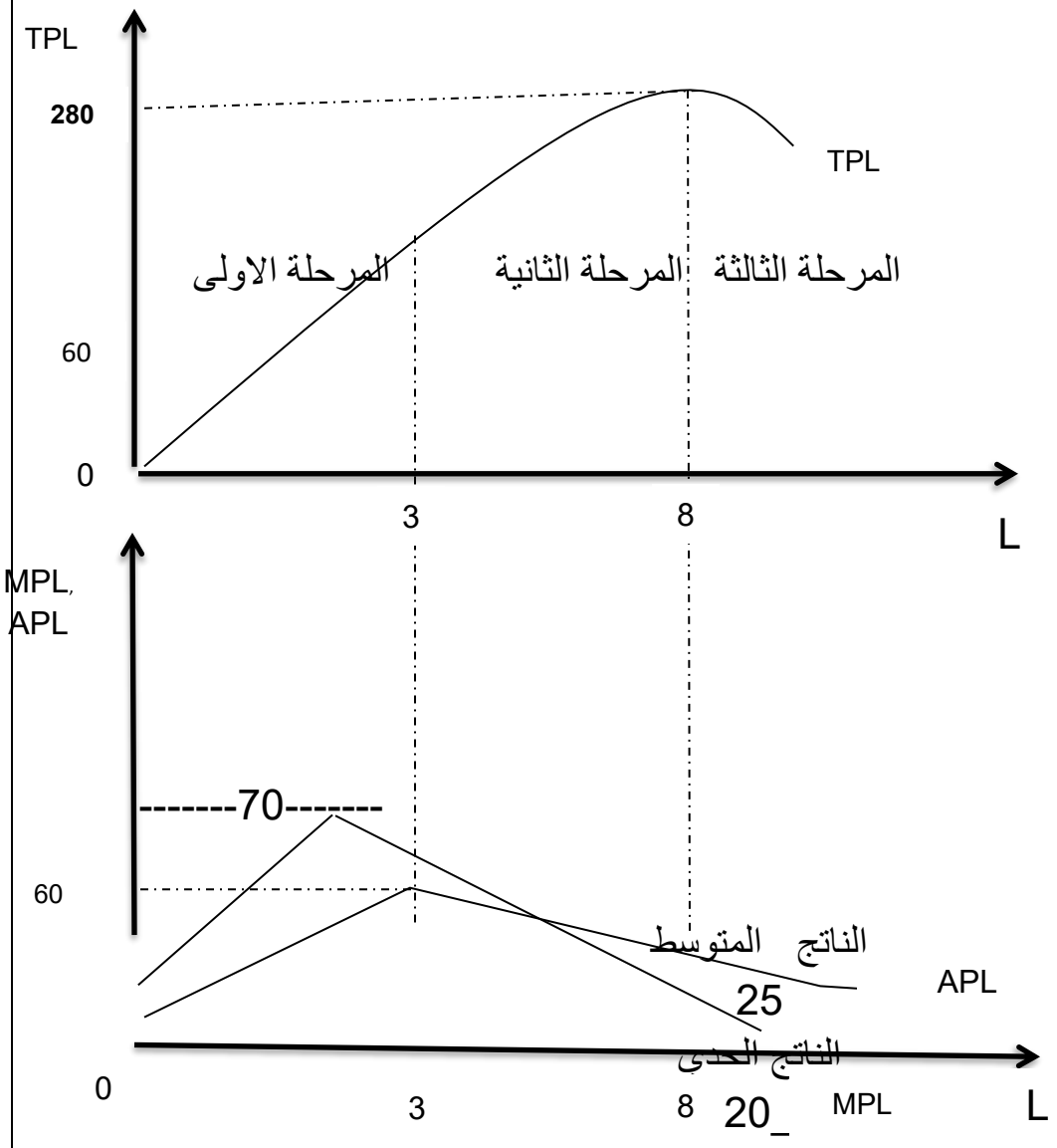
كذلك الناتج الحدي للعمالة هو =

$$MPL = \frac{\Delta\ TP}{\Delta\ L}$$

$$= \frac{TP2 - TP1}{L2 - L1}$$

مراحل الانتاج	الناتج الحدي	الناتج المتوسط (ساعة)	الناتج الكلي (ساعة)	عناصر الانتاج	
	MPL	APL	TP=Q	العمال L	الآلات M
المرحلة الأولى	-	0	0	0	8
	50	50	50	1	8
	70	60	120	2	8
المرحلة الثانية	60	60	180	3	8
	40	55	220	4	8
	30	50	250	5	8
	20	45	270	6	8
	10	40	280	7	8
	0	35	280	8	8
المرحلة الثالثة	-10	30	270	9	8
	-20	25	250	10	8

-B



العلاقة بين الناتج الكلي والناتج الحدي والمتوسط

C- من خلال الجدول السابق والرسم البياني ادناه نلاحظ ما يلي:

1- عندما يكون الناتج الكلي متزايد بمعدل متزايد، يكون الناتج الحدي متزايد، ويتضح ذلك حتى تشغيل العامل الثاني وهذا يمثل المرحلة الأولى من الإنتاج.

2- عندما يصبح الناتج الكلي متزايد بمعدل متناقص، يصبح الناتج الحدي متناقص وهذا يعرف بقانون تناقص الناتج الحدي، ويبدأ ذلك عند تشغيل العامل الثالث، ويرجع السبب في سريان

قانون تناقص الناتج الحدي أن زيادة تشغيل أعداد إضافية من العمال يؤدي إلى استنفاذ مزايا التخصص خصوصاً مع ثبات كمية العنصر الثابت، أما الزيادة المبدئية في الناتج الحدي فتعزى إلى الاستفادة من تخصص العمال، مما يؤدي إلى زيادة المهارة وتخفيض الوقت المستخدم في الإنتاج.

3- عندما يصل الناتج الكلي أقصى ما يمكن يصبح الناتج الحدي صفر ويتضح ذلك عند تشغيل العامل الثامن، وتبدأ المرحلة الثانية للإنتاج من تشغيل العامل الثالث وحتى تشغيل العامل الثامن.

4-عندما يصبح الناتج الكلي متناقص يصبح الناتج الحدي سالب، وهنا لا يكون أي فائدة من إضافة أي عامل جديد للعمل، وهذه تمثل المرحلة الثالثة من مراحل الانتاج.

5-يلاحظ أن منحنى الناتج الحدي APL يقطع منحنى الناتج المتوسط MPL عند أقصى قمة لمنحنى الناتج المتوسط ويكون عندها الناتج الحدي متناقص.

مثال // اذا توفرت لديك البيانات التالية عن احدى شركات بيع قطع الغيار المعدنية :

عدد العمال	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي TPL	-	12	27	42	56	68	76	76	74	68

-علما ان الآلات المستعملة هي 5 الات فقط .

المطلوب

1-احسب الناتج المتوسط لعنصر العمل، والناتج الحدي لعنصر العمل.
2- ارسم منحنيات الناتج الكلي والناتج الحدي والناتج المتوسط.
3- وضح العلاقة بين هذه المنحنيات الثلاثة موضحاً مراحل الإنتاج المختلفة.

الحل //

عناصر الانتاج		الناتج الكلي (ساعة)	الناتج المتوسط (ساعة)	الناتج الحدي	مراحل الانتاج
الآلات M	العمال L	TP=Q	APL	MPL	
5	0	0	0	-	
5	1	12	12	12	

المرحلة الأولى	15	13.5	27	2	5
	15	14	42	3	5
المرحلة الثانية	14	14	56	4	5
	12	13.6	68	5	5
	8	12.7	76	6	5
	0	10.9	76	7	5
المرحلة الثالثة	-2	9.2	74	8	5
	-4	6.7	67	9	5

تمرين // اذا توفرت لديك البيانات التالية عن احدى شركات بيع قطع الغيار المعدنية :

عدد العمال	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
الناتج الكلي TPL	-	3	8	12	15	17	17	16	14	10

-علما ان الآلات المستعملة هي 6 الات فقط .

المطلوب

1-احسب الناتج المتوسط لعنصر العمل، والناتج الحدي لعنصر العمل.
2- ارسم منحنيات الناتج الكلي والناتج الحدي والناتج المتوسط.
3- وضح العلاقة بين هذه المنحنيات الثلاثة موضحاً مراحل الإنتاج المختلفة.