



Al-Mustaqbal University
College of Engineering Technology
Department of Cyber Security Techniques Engineering
Class: 1st
Subject: Math
Lecturer: Dr. Hussein Ali Ameen
1st term – Lecture: 7- Limit and Continuity Tutorial

Limit and Continuity Tutorial



1. إيجاد غاية لدالة متعددة حدود

(غير كسرية = لا يوجد متغير في المقام لا يوجد متغير له اس سالب)

- $f(x) = x^2 + 3x + 1$

- $f(t) = 2t^2 + t + 1$

- $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$

- $f(x) = 1$



حل الغاية لدالة متعددة الحدود هو التعويض المباشر $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = (2)^2 = 4$

$$\lim_{x \rightarrow 3} x^2 + x = (3)^2 + 3 = 12$$

$$\lim_{t \rightarrow 2} \frac{1}{4}t + 1 = \frac{1}{4}(2) + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 1 = 1$$



2. إيجاد الغاية لدالة كسرية

الحالة الأولى : عند التعويض تظهر لدينا غاية (المقام لا يساوي صفرا)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x + 2} = \frac{(2)^2 + (2) - 6}{(2) + 2} = \frac{-1}{4}$$



إيجاد النهاية لدالة كسرية

الحالة الثانية: عند التعويض لا تظهر لدينا غاية (المقام يساوي صفرا)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \frac{(2)^2 + (1) - 6}{(2) - 2} = \frac{-1}{0} = \text{غير معرف}$$

التحليل أو التبسيط (التجربة أو الفرق بين مربعين أو فرق بين مكعبين أو سحب عامل مشترك أو توحيد المقامات أو أخرى)



التجربة

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 3)(x - 2)}{(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3) = 2 + 3 = 5$$



$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = (2) + 2 = 4$$

تحليل فرق بين مربعين

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$w^2 - 3 = (w - \sqrt{3})(w + \sqrt{3})$$



$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)(x^2 + 5x + 25)}{(x - 5)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 5x + 25)$$

$$= (5)^2 + 5(5) + 25 = 75$$

تحليل الفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$



سحب عامل مشترك

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x)(x - 4)}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x - 4) = (0) - 4 = -4$$



الضرب في العامل المرافق

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}{x} * \frac{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}}{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 5 + \sqrt{5} * \sqrt{x+5} - \sqrt{5} * \sqrt{x+5} - 5}{x(\sqrt{x+5} + \sqrt{5})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+5} + \sqrt{5})} \\&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+5} + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{(0)+5} + \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{(5)+5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}\end{aligned}$$



توحيد المقامات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x^2 + x} - \frac{5}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{x(x + 1)} - \frac{5}{x} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - 5(x + 1)}{x(x + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{+5 - 5x - 5}{x(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5}{(x+1)} = \frac{-5}{(0)+1} = -5$$